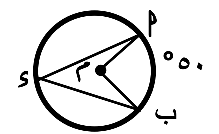
ثانياً : الهندسة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

{١} الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ....

{ حادة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة ؛؛ قائمة }

{٢} في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ،



إذا كان : ق (⌒أ ب) = ٥٠° فإن ق (∠ أ ء ب) = ...°

{ ٢٥ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٥٠ }

{٣} عدد محاور التماثل لأي دائرة هو .... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٤} إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ }

{٥} سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، وطول نصف قطرها أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الآخري = ... سم { ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١١ ؛؛ ١٦ }

{٦} في الشكل المقابل : إذا كان :ق (∠أ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠جـ) = ...° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ }

{٧} قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة = ...° { ٣٦٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٩٠ }

{٨} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{٩} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متداخلتان أو متحدي المركز = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١٠} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١١} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١٢} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٤ }

{١٣} قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ...°

{ ٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ }

{١٤} الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

{وترين ؛؛ مماسين ؛؛ وتر ومماس ؛؛ وتر وقطر }

{١٥} ٲ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ ٲ) = ٦٠° فإن : ق (∠جـ) = ... °

{ ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{١٦} دائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم { ١٤ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٩ }

{١٧} أكبر الأوتار طولاً في الدائرة يسمي ......{ الوتر ؛؛ القطر ؛؛ نصف القطر ؛؛ المماس }

{١٨} مساحة المعين الذي طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ... سم^{٢}{٢ ؛؛ ١٤ ؛؛ ٢٤ ؛؛ ٤٨}

{١٩} م ، ى دائرتان متباعدتان فإذا كان طولا نصفي قطريهما ٨ سم ، ٦ سم علي الترتيب فإن م ى .... ١٤ سم { > ؛؛ < ؛؛ = ؛؛ ⩽ }

{٢٠} قياس الزاوية المحيطية يساوي .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس { نصف ؛؛ ربع ؛؛ ضعف ؛؛ ثلث }

{٢١} طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية = ... طول الوتر

{ $\frac{١}{٢}$ ،، $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ؛؛ ٢ ؛؛ $\sqrt{٢}$ }

{٢٢} الزاوية التي قياسها ٤٠° تتمم زاوية قياسها ..... ° { ٣٢٠ ؛؛ ١٤٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٥٠ }

{٢٣} ٲ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ٲ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠جـ) ،

فإن ق (∠ٲ) = ...° { ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{٢٤} إذا كانت النسبة بين محيطي مربعي ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما = ...

{ ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ٤ ؛؛ ٤ : ١ }

{٢٥} في الشكل المقابل : ٲ ب جـ ء شكل رباعي دائري ق(∠ٲ)=٢س

ق(∠جـ) = ٣س فإن قيمة س = ...

{٢٦} متوسط المثلث يقسم سطحه إلي مثلثين ....

{ متطابقين ؛؛ متساويين في المساحة ؛؛ متساويي الساقين ؛؛ قائمي الزاوية }

{٢٧} عدد المثلثات في الشكل المقابل :

{ ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٦ }

{٢٨} ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ∠ب ، ∠جـ زاويتان متكاملتان وكان ق(∠أ) = ٣٠°
فإن ق(∠جـ) = ... ° { ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{٢٩} يمكن رسم دائرة تمر بروؤس .....{ معين؛؛ متوازي أضلاع ؛؛ شبه منحرف؛؛مستطيل}

{٣٠} إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، فإن م ن تكونان ....

{ متباعدتين ؛؛ متحدي المركز ؛؛ متماستين من الخارج ؛؛ متقاطعتين }

{ ٣١} محور تماثل الدائرة ......{ القطر؛؛الوتر؛؛المستقيم المار بالمركز؛؛المماس}

{٣٢} مربع طول قطره (١٠سم) فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}{٤٠؛؛١٠٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛٨٠ }

{٣٣} دائرة أكبر وتر فيها طوله = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ... سم

{ ١٢ π ؛؛ ٦ π ؛؛ ٢٤ π ؛؛ ١٠ π }

{٣٤} يحتوي المثلث علي زاويتين... علي الأقل { حادتين ؛؛ منفرجتين ؛؛ قائمتين ؛؛ منعكستين}}

{٣٥} م ، ن دائرتان متقاطعتان طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن م ن ∈ ....

{ [٨ ، ∞[؛؛]٢ ، ∞[؛؛]٠ ، ٢[؛؛]٢ ، ٨[}

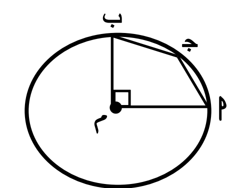
{٣٦} قياس أي زاوية داخلة في المضلع السداسي المنتظم = ...°{٩٠ ؛؛١٠٨ ؛؛١٢٠؛؛١٣٥}

{٣٧}طول مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة

{ < ؛؛ ≤ ؛؛ > ؛؛ ≥ }

{٣٨} إذا كان Δ س ص ع ≃ Δ ﻡ ب جـ ، ق(∠ص) = ٦٠° ، ق(∠جـ)=٤٠°

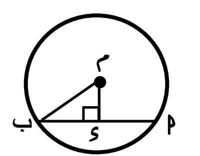
فإن ق(∠س)= .... ° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٢٠ }



{٣٩} في الشكل المقابل : م دائرة فإذا كان ﻡم ⊥ م ب

فإن ق(∠ ﻡ جـ ب) = ... م

{٤٠} النسبة بين قياسي الزاوية المركزية والزاوية المحيطية المشتركتين في نفس القوس في دائرة واحدة هي ...... { ٤ : ٢ ؛؛ ٢ : ٤ ؛؛ ٣ : ٢ ؛؛ ٢ : ٣ }

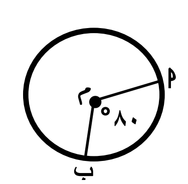


{٤١} في الشكل المقابل : ﻡ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم

فإن م ء = ... سم { ٥ ؛؛ ٤ ؛؛ ١٠ ؛؛ ٣ }

{٤٢} قياس الزاوية المركزية المرسومة في $\frac{١}{٣}$ دائرة = ... °

{ ٢٤٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ }



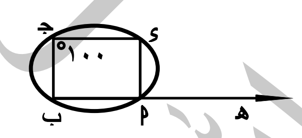
{٤٣} في الشكل المقابل : م دائرة ، ق(∠ﻡ م ب) = ٨٠°

فإن ق (⌒ﻡب) = ... °

{٤٤} م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فإذا كان طول نصف قطر أحدهما ٣ سم

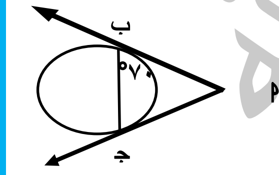
م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الآخري = ... سم{ ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١١ ؛؛ ١٦ }

{٤٥} مساحة سطح الدائرة = ...{ ٢π نق ؛؛ π نق² ؛؛ ٢π نق² ؛؛ π نق }



{٤٦} في الشكل المقابل : هـ ∈ ب ﻡ ، ق(∠جـ)= ١٠٠°

فإن ق(∠ءﻡهـ) = ... ° { ٨٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ٢٠٠ }



{٤٧} في الشكل المقابل : إذا كان ﻡ ب ، ﻡ جـ مماسين للدائرة عند ب ، جـ

ق(∠ﻡ ب جـ) = ٧٠° ، فإن ق(∠ﻡ) = ... °{٨٠؛؛٧٠؛؛٦٠؛؛٤٠}

{٤٨} مثلث له محور تماثل واحد ، وأضلاعه هي ٨ سم ، ٤ سم ، س سم فإن س = ... سم

{ ٢ ؛؛ ٤ ؛؛ ٨ ؛؛ ١٢ }

{٤٩} مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = ... ° { ١٨٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{٥٠} في الشكل المقابل : م دائرة ، ق(∠جـ) = ٤٠°

فإن ق (∠ أ م ب) = (ص+١٠)° فإن ص = ... ° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ٧٠ ؛؛ ١٠ }

{٥١} عدد محاور التماثل نصف الدائرة هو ...... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٥٢} طول نصف قطر الدائرة التي مركزها نقطة الأصل والمارة بالنقطة (ـ٣ ، ٤)

= ...... وحدات طول { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٧ }

{٥٣} في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

{ متساويتين ؛؛ متتامتان ؛؛ متكاملتان ؛؛ متبادلتان }

{٥٤} مربع مساحته ١٠٠ سم^2 فإن محيطه = ... سم { ١٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٥٠ }

{٥٥}مثلث مساحته ٣٥ سم^2،وارتفاعه ٧ سم ، فأن طول قاعدته = ... سم

{ ٥ ؛؛ ٧ ؛؛ ١٠ ؛؛ ٢٠ }

{٥٦} مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحة سطحه = ... { ٥٠سم^2 ؛؛ ٥٠سم ؛؛ ٢٥سم^2 ؛؛ ٢٥سم }

{٥٧} مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

{ منصفات زواياه الداخلية ؛؛ منصفات زواياه الخارجة ؛؛ ارتفاعاته ؛؛ محاور تماثل أضلاعه }

{٥٨} محور التماثل للوتر المشترك $\overline{\text{أ ب}}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ....

{ $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{\text{ن أ}}$ }

{٥٩} عدد المستطيلات في الشكل هي ....

{ ٣ ؛؛ ٦ ؛؛ ٧ ؛؛ ١٠ }

{٦٠} قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ...°

{ ٦٠ ؛؛ ١٠٨ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٣٥ }

{٦١} إذا كان محيط الدائرة هو ١٨ π سم فإن طول نصف قطرها = ... سم

{ ٧ ؛؛ ٩ ؛؛ ٣ ؛؛ ٦ }

{٦٢} القطر هو ..... يمر بمركز الدائرة { مستقيم ؛؛ شعاع ؛؛ مماس ؛؛ وتر }

{٦٣} إذا كان △ س ص ع فيه : ء منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{س ع}}$ فإن ءهـ = ... ص ع

{ $\frac{١}{٤}$ ؛؛ $\frac{١}{٣}$ ؛؛ $\frac{١}{٢}$ ؛؛ ٢ }

{٦٤} مساحة سطح المثلث الذي طول قاعدته ٩ سم ، ارتفاعه ١٢ سم = ... سم^٢

{ ٤٨ ؛؛ ٢٤ ؛؛ ٣٦ ؛؛ ٥٤ }

{٦٥} في الشكل المقابل : ٢ ب جـ ء رباعي دائري، ق(∠ ب ٢ جـ) = ٦٠°

ء ٢ ٦٠° ب جـ

فإن ق(∠ ب ء جـ) = ...° { ٣٠٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ }

{٦٦} في الشكل المقابل : $\overline{\text{٢ جـ}}$ قطر في الدائرة م ، ق(جـ) = ٣٠°

ب ٢ جـ م ٣٠°

فإن ق(∠٢) = ...° { ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ٤٠ }

{٦٧} عدد محاور تماثل المستطيل = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{٦٨}إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، ٢ نقطة في مستوي الدائرة وكان م ٢ = ٤ سم

فأن موضع نقطة ٢ بالنسبة للدائرة ....الدائرة{ داخل ؛؛ خارج ؛؛ علي ؛؛ تنطبق علي المركز م}

{٦٩} المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة ....

{ متوازيان ؛؛ متساويان ؛؛ متطابقان ؛؛ متقاطعان }

{٧٠} إذا كانت $\overline{\text{٢ب}}$ قطعة مستقيمة فإن عدد الدوائر التي يمكن رسمها لكي تمر بالنقطتين

٢ ، ب = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٧١} إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون

{ خارج الدائرة ؛؛ قاطع للدائرة ؛؛ مماس للدائرة ؛؛ محوراً للدائرة }

{٧٢} قوس من دائرة طوله $\frac{١}{٣}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها = ... °

{ ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٤٠ }

{٧٣} النسبة بين قياسي الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركتين في نفس القوس في دائرة واحدة هي ...... { ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ١ ؛؛ ١ : ٣ }

{٧٤} عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست علي استقامة واحدة = ...

{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{٧٥} إذا كان طول قطر دائرة ٨سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن ل يكون ......

{ مماساً للدائرة ؛؛ قاطع للدائرة ؛؛ يقع خارج الدائرة ؛؛ محور تماثل للدائرة }

{٧٦} في الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران متوازيان

ق($\overset{\frown}{ءب}$) = ٣٠° فإن ق(∠أ هـ جـ) = ...°

{ ١٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ١٥ }

{٧٧} الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة ....

{ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ حادة ؛؛ منعكسة }

{٧٨} الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر في الدائرة ....

{ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ حادة ؛؛ منعكسة }

{٧٩} في الشكل المقابل : دائرة م ، أ ب = جـ ء ، م س ⊥ أب

م ص ⊥ جـ ء فإن م س .... م ص { < ؛؛ > ؛؛ = ؛؛ ⊥ }

{٨٠} الوتر المار بمركز الدائرة يسمي ...... { مماساً ؛؛ قطراً ؛؛ نصف قطر ؛؛ ضلعاً }

{٨١} عدد محاور التماثل للمربع .... { ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ }

{٨٢} في الشكل المقابل : ﻡ ب ﺟ △ فيه ﻡ ب = ﻡ ﺟ

ق(∠ب) = ٥٠° ، فإن ق(∠ﻡ) = ...° { ٨٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ٧٠ ؛؛ ١٠٠ }

{٨٣} △ س ص ع فيه : (س ص)^2 = (س ع)^2 + (ص ع)^2 فإن : ق(∠ع) = ...°

{ ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٩٠ }

{٨٤} قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة =.....° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٤٠ }

{٨٥} عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط علي استقامة واحدة = ...

{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{٨٦} خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا علي .... المشترك وينصفه

{ القطر ؛؛ المماس ؛؛ الوتر ؛؛ القوس }

{٨٧} المستقيمان المتوازيان لثالث .... { متخالفان ؛؛ متوازيان ؛؛ متقاطعان }

{٨٨} نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... من جهة القاعدة

{ ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ٣ ؛؛ ٣ : ٢ }

{٨٩} قياس القوس الذي يُمثل سدس قياس الدائرة = ... ° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٠٠ }

{٩٠} في الشكل المقابل : $\overline{\text{ﻡ ب}}$ ، $\overline{\text{ﻡ ﺟ}}$ مماسان ، ق(∠ﻡ) = ٦٠° فإذا كان ﻡ ب = ٤سم

، فإن ب ﺟ = ...سم { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٨ }

{٩١} إذا كان طولا نصفي قطري الدائرتين م ، ن هما نق$_1$ ، نق$_2$ وكان م ن < نق$_1$ + نق$_2$

فإن الدائرتين ..... { متماستين من الخارج ؛؛ متباعدتان ؛؛ متقاطعتين ؛؛ متماستين من الداخل}

{٩٢} القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة تكونان ......

{ متوازيتان ؛؛ متعامدان ؛؛ متساويتان ؛؛ غير متساويتان }

{٩٣} قياس الزاوية المركزية ...... قياس القوس المقابل لها { ضعف ؛؛ نصف ؛؛ يساوي ؛؛ اكبر من }

{٩٤} القطران متساويان في الطول وغير متعامدين في ....{ المربع ؛؛ المستطيل ؛؛ المعين }

{٩٥} الزاويتان ﺃ ، ب في ∆ ﺃ ب ﺟ القائم الزاوية في ﺟ يكونان ....

{ متكاملتين ؛؛ متتامتين ؛؛ متجاورتين ؛؛ متقابلتين بالرأس }

{٩٦} النسبة بين طول ضلع المربع إلي محيطه = ... { ١ : ٤ ؛؛ ٤ : ١ ؛؛ ١ :٣ ؛؛ ٣ : ١ }

{٩٧} قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التي قياسها ١٠٠ ° =..... ° { ٨٠ ؛؛٩٠ ؛؛ ٢٠٠ ؛؛ ٢٦٠ }

{٩٨} إذا كانت النقطة ﺃ تقع علي الدائرة م التي قطرها ٨ سم فإن ﺃ م = ... سم

{ ٢ ؛؛ ٤ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ }

{٩٩} عدد محاور تماثل متوازي أضلاع هو .... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛٣ }

{١٠٠} إذا كان قياس إحدي زاويتي قاعدة مثلث المتساوي الساقين ٤٠° فإن قياس زاوية الرأس يساوي ....° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٤٠ }

{١٠١} إذا كانت : طا (س + ١٠) = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... °

{ ٣٠ ؛؛ ٤٥ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٦٠ }

{١٠٢} نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة ...... : ...... من جهة الرأس

{ ٣ : ٩ ؛؛ ٣ : ١ ؛؛ ٤ : ٢ ؛؛ ٢ : ٤ }

{١٠٣} ﺃ ب ﺣ مثلث فيه (ب ﺣ)^{٢} = (ﺃ ب)^{٢} + (ﺃ ﺣ)^{٢} ، ق (∠ ب) = ٥٠° فإن ق (∠ ﺣ) = ...

{ ٩٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ١٣٠ }

{١٠٤} في الشكل المقابل :

ﺃ ب = ﺃ ﺣ ، م ء ⊥ ﺃ ب ، م و ⊥ ﺃ ﺣ وكانت م ء = ٦ سم

فإن م و = ... سم { ١٢ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ ؛؛ ٣ }

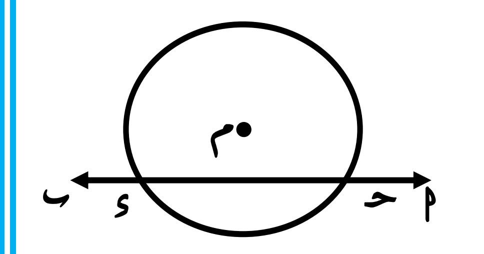
{١٠٥} مربع مساحته ٥٠ سم^{٢} فإن طول قطره = ... سم { ٥ ؛؛ ١٠ ؛؛ ١٥ ؛؛ ٢٥ }

{١٠٦} (∠ﺃ) ، (∠ ب) زاويتان متتامتان ، ق(∠ﺃ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ ب) فإن ق(∠ﺃ)

.... ° { ٣٠ ؛؛ ٤٥ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ }

{١٠٧} Δ ٲ ب حـ قائم الزاوية في ب ، ق(∠ حـ) = ٣٠ ° ، ٲ حـ = ٦ سم ، فإن ٲ ب= ....
سم { ١٢ ؛؛ ٦ ؛؛ ٣ ؛؛ ٣ $\sqrt{3}$ }

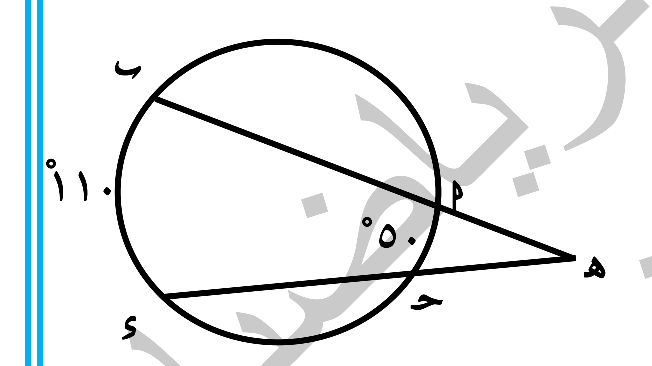
{١٠٨} إذا كان الشكل ٲ ب حـ ء رباعي دائري فإن : ق(∠ٲ) + (∠ حـ) ـ ١٠٠ = ... °
{ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٨٠ }



{١٠٩} $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$ ∩ سطح الدائرة م = ...
{ ∅ ؛؛ { حـ ، ء } ؛؛ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ؛؛ $\overline{\text{حـ ء}}$ }

{١١٠} ٲ ب حـ Δ فيه (ٲب)^2 + (ب حـ)^2 > (ٲ حـ)^2 فإن
∠ حـ تكون .... { قائمة ؛؛ حادة ؛؛ مستقيمة ؛؛ منفرجة }

{١١١} ٲ ب حـ مثلث متساوي الاضلاع فإن عدد محاور تماثل الضلع $\overline{\text{ب حـ}}$ = ...
{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ ٤ }



{١١٢} في الشكل المقابل : ق(⌒ٲ حـ) =٥٠°
ق(⌒ب ء) =١١٠° فإن : ق(∠ هـ) = ...
{ ٦٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٣٠ }

{١١٣} طول نصف الدائرة = ...
{ π نق ؛؛ ١٨٠° ؛؛ $\frac{1}{2}$ نق π ؛؛ ٢ نق π }

{١١٤} .... هو معين إحدي زواياه قائمة
{ المستطيل ؛؛ المربع ؛؛ متوازي الأضلاع ؛؛ شبه المنحرف }

{١١٥} مكملة الزاوية التي قياسها ٦٠° = ...°
{ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ }

{١١٦} مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ... °

{٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١١٧} قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ... °

{٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١١٨} وتر طوله ٨سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم

{ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{١١٩} القطران متعامدان وغير متساويين في الطول في ....

{ المعين ؛؛ شبه المنحرف ؛؛ المربع ؛؛ متوازي الأضلاع }

{١٢٠} في المثلث ا ب حـ إذا كان (ا ب)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (ا حـ)^{٢} + ٣ فإن زاوية حـ تكون ....
{ حادة ؛؛ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة }

{١٢١} في المثلث ا ب حـ إذا كان (ا حـ)^{٢} > (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} فإن زاوية ا ب حـ تكون ....
{ حادة ؛؛ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة }

{١٢٢} مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم^{٢} تكون مساحته الكلية ... { ١٨ ؛؛ ٥٤ ؛؛ ٨١ ؛؛ ٢١٦ }

{١٢٣} عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = ... { ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{١٢٤} معين مساحته ٣٠ سم^{٢} طول أحد قطريه ١٢ سم فإن طول القطر الاخر .... سم

{ ٥ ؛؛ ١٢ ؛؛ ١٨ ؛؛ ٢١ }

{١٢٥}مجموع طولي أي ضلعيين في مثلث ...... طول الضلع الثالث

{ أصغر من ؛؛ يساوي ؛؛ أكبر من ؛؛ ضعف }

{١٢٦} طول الضلع الثالث .... مجموع طولي أي ضلعيين في مثلث

{ أصغر من ؛؛ يساوي ؛؛ أكبر من ؛؛ ضعف }

{١٢٧} مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١٢٨} مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١٢٩} ؟ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ حـ) = ٢ ق (∠ ؟) ،

فإن ق (∠ حـ) = ... ° { ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{١٣٠} في المثلث ؟ ب حـ إذا كان : ق(∠؟)=٤٠° ، ق(∠حـ)=٧٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{١٣١} إذا كان الشكل ؟ ب حـ ء رباعي دائري فإن : ق(∠؟) + (∠ حـ) = ... °

{ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ }

{١٣٢} قياس القوس الذي يُمثل $\frac{١}{٤}$ قياس الدائرة = ... ° { ٣٦٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٩٠ }

{١٣٣} إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = { ؟ ، ب } فإن الدائرتين م ، ن ....

{ متباعدتان ؛؛ متحدتا المركز ؛؛ متماستان من الخارج ؛؛ متقاطعتان }

{١٣٤} عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع = ... { ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{١٣٥} مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١٣٦} إذا كان محيط الدائرة = ٤٤ سم فإن مساحة الدائرة = ... سم٢ ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

{ ٢٢ ؛؛ ٤٩ ؛؛ ٨٨ ؛؛ ١٥٤ }

{١٣٧} مستطيل طوله ٣ سم ، وعرضه ٢ سم فإن مساحة سطحه ..... سم٢ { ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١٠ }

{١٣٨} في الشكل المقابل : ؟ب حـ مثلث قائم في ب ، ء منتصف $\overline{؟ حـ}$ ، ب ء = ٣ سم فإن

؟ حـ = ... سم { ٣ ؛؛ ٦ ؛؛ ٩ ؛؛ ١٢ }

{١٣٩} المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... في القياس

{ مختلفة ؛؛ متكاملة ؛؛ متبادلة ؛؛ متساوية }

{١٤٠} صورة النقطة (ـ ٣ ، ٤) بالانعكاس في محور الصادات هي ....

{ (٣ ، ٤) ؛؛ (٣ ، ـ٤) ؛؛ (ـ٣ ، ـ٤) ؛؛ (٤ ، ـ٣) }

{١٤١} مستطيل طوله ٥ سم ، ومحيطه ١٦ سم فإن مساحته = ...سم² { ١٥ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٥٥ ؛؛ ٨٠}

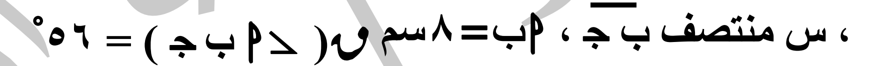
السؤال الثاني : اجب عن ما يلي

{١} اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعي دائرياً

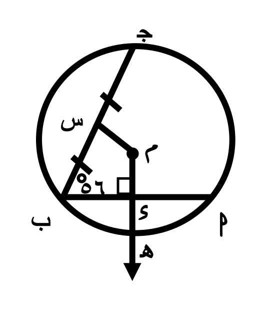
{٢}في الشكل المقابل :

أب ، ب جـ وتران في دائرة م التي طول نصف قطرها ٥ سم ،

م ء ⊥ أب ، يقطع أب في ء و يقطع الدائرة م في هـ



، س منتصف ب جـ ، أب = ٨ سم ق(∠ أ ب جـ) = ٥٦°



أوجد {١} ق(∠ ء م س)

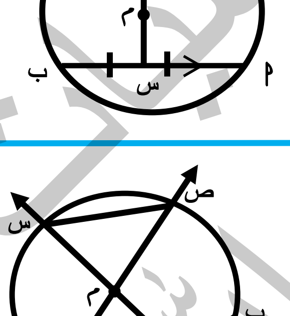
{٢} طول ء هـ

{٣} في الشكل المقابل :



م دائرة ، أب // جـ ء ، س منتصف أب ، رسم س م فقطع جـ ء

في ص : أثبت أن : ص منتصف جـ ء



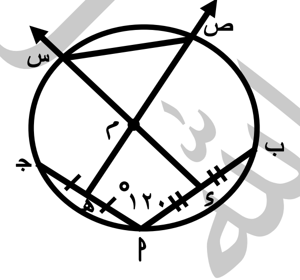
{٤}في الشكل المقابل :



أب ، أجـ وتران في الدائرة م يحصران زاوية قياسها ١٢٠° ، ء ، هـ

منتصفا أب ، أجـ علي الترتيب ،رسم ء م ،هـ م فقطعا الدائرة س ، ص علي

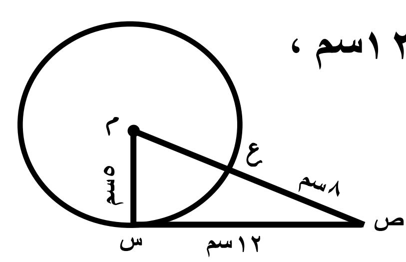
الترتيب . أثبت أن : المثلث س ص م متساوي الاضلاع



{٥}في الشكل المقابل : م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، س ص = ١٢سم ،

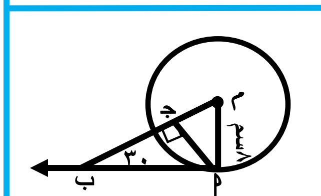
م ص ∩ الدائرة م = {ع} ، ع ص = ٨ سم

أثبت أن : س ص مماس للدائرة م عند س



{٦} في الشكل المقابل : ﻫ ب مماس للدائرة م عند ﻫ ، م ﻫ = ٨

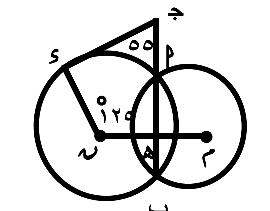
ق(∠ ﻫ ب م) = ٣٠° ﻫ جـ ⊥ م ب . أوجد كل من : ﻫ ب ، ﻫ جـ



{٧} في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان في ﻫ

، ب ؛ جـ ∋ ب ﻫ ، ى ∋ الدائرة ن ، ق(∠م ن ى) = ١٢٥°

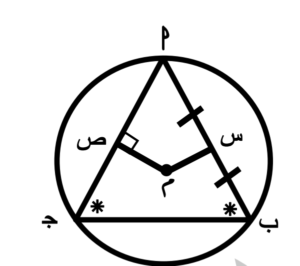
، ق(∠ ب جـ ى) = ٥٥° ، أثبت أن : جـ ى مماس للدائرة ن عند ى



{٨} في الشكل المقابل : ﻫ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه :

ق(∠ ب) =ق(∠جـ) ، س منتصف ﻫ ب ، م ص ، ﻫ جـ ⊥ م ص

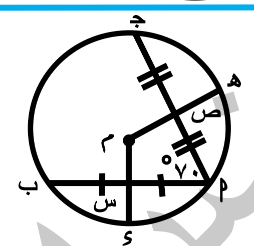
أثبت أن : م س = م ص



{٩} في الشكل المقابل : ﻫ ب ، ﻫ جـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف ﻫ ب ، ص منتصف ﻫ جـ ، ق(∠ جـ ﻫ ب) = ٧٠°

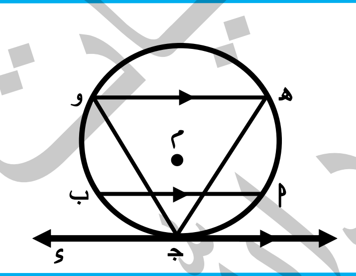
{١}احسب : ق(∠ى م ﻫ) {٢} أثبت أن : س ى = ص ﻫ



{١٠} في الشكل المقابل :

م دائرة جـ ى مماس لدائرة عند جـ ، ﻫ ب ، ﻫ ى

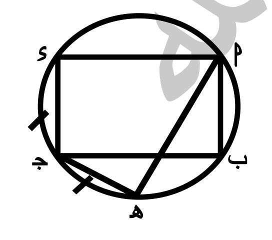
وتران في الدائرة حيث : ﻫ ب // ﻫ و // جـ ى أثبت أن : حـ ﻫ = حـ و



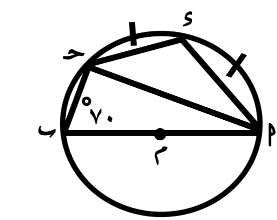
{١١} في الشكل المقابل :

ﻫ ب جـ ى مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر جـ ﻫ

بحيث ق(جـ ﻫ) = ق (جـ ى) أثبت أن : ﻫ ﻫ = ب جـ



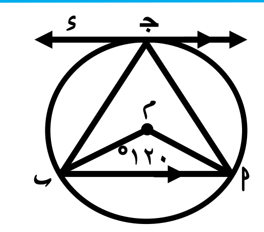
{١٢} في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، طول $\overset{\frown}{(أ ء)}$ = طول $\overset{\frown}{(ءجـ)}$، ق (∠ أ ب جـ) = ٧٠°

أوجد كلاً من : ق (∠ جـ ء أ) ، ق (∠ جـ أ ب)

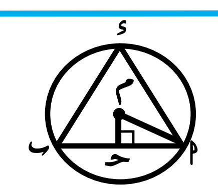
{١٣} في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{جـ ء}$ مماس للدائرة عند جـ ، $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overline{أ ب}$ ، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

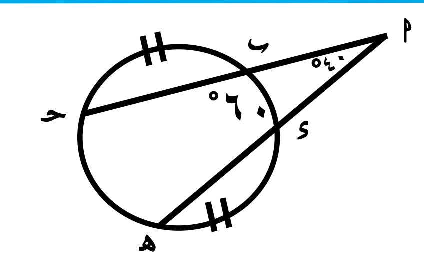
أثبت أن : المثلث جـ أ ب متساوي الاضلاع

{١٤} في الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{م جـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$



أثبت أن : ق (∠أ م جـ) = ق (∠أ ء ب)

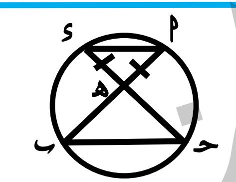
{١٥} في الشكل المقابل :



ق $\overset{\frown}{(ب جـ)}$ = ق $\overset{\frown}{(ء هـ)}$، ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق $\overset{\frown}{(ب ء)}$ = ٦٠°

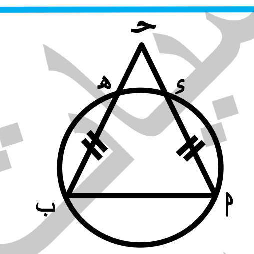
أوجد {١} ق $\overset{\frown}{(هـ جـ)}$ {٢} ق $\overset{\frown}{(ب جـ)}$

{١٦} في الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = {هـ}



هـ أ = هـ ء ، أثبت أن : هـ ب = هـ جـ

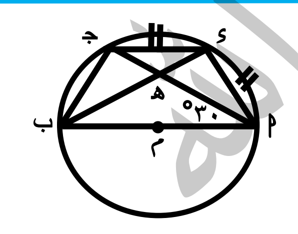
{١٧} في الشكل المقابل :



أ ء ، ب هـ وتران متساويان في الطول في الدائرة

$\overline{أ ء}$ ∩ $\overline{ب هـ}$ = {جـ} ، أثبت أن : جـ أ = جـ ب

{١٨} في الشكل المقابل :



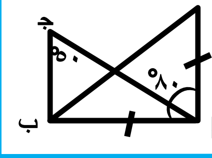
$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ، جـ ∋ الدائرة ، ق (∠ جـ أ ب) = ٣٠°

ء منتصف $\overset{\frown}{(أ جـ)}$، $\overline{ء ب}$ ∩ $\overline{أ جـ}$ = {هـ} أوجد {١} ق (∠ ب ء جـ)

، ق $\overset{\frown}{(أ ء)}$ {٢} أثبت أن : $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ ء}$

{١٩} في الشكل المقابل : أ ب = أ ء ، ق (∠ب أ ء) =٨٠° ، ق (∠ جـ) = ٥٠°

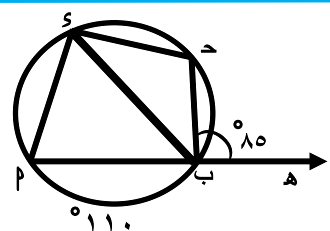
أثبت أن : النقط أ ، ب ، جـ ، ء تمر بها دائرة واحدة



{٢٠} في الشكل المقابل :هـ ∈ أ ب ، هـ ∉ أ ب ، ق (أ ب) = ١١٠°

ق (∠ جـ ب هـ) = ٨٥°

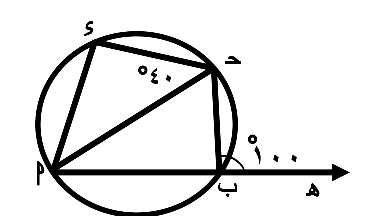
أوجد : ق (∠ ب ء جـ)



{٢١} في الشكل المقابل : ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

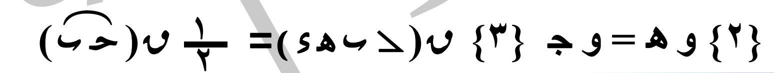
ق (∠ جـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق (جـ ء) = ق (أ ء)

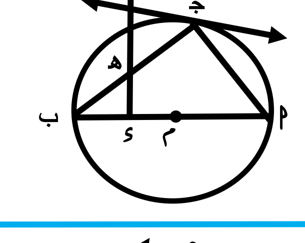


{٢٢} في الشكل المقابل : أ ب قطر في الدائرة م ، جـ و مماس للدائرة عند جـ

ء هـ ⊥ أ ب ، {١} أُثبت أن : أ ء هـ جـ رباعي دائري



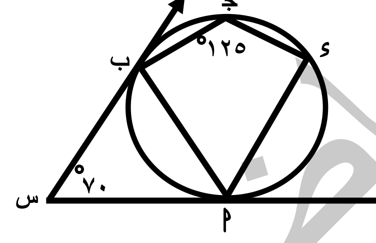
{٢} و هـ = و جـ {٣} ق(∠ب هـ ء)= ½ ق(ب جـ)



{٢٣} في الشكل المقابل : س أ ، س ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

ق (∠ أ س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن {١} أ ب ينصف ∠ ء أ س {٢} أ ء // س ب



{٢٤} في الشكل المقابل : أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م ، أ ب // جـ ء

ق (∠ب م ء) = ١٣٠°

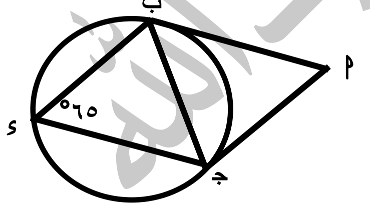
{١} أثبت أن : جـ ب ينصف ∠ أ جـ ء {٢} أوجد : ق(∠أ)

{٢٥} في الشكل المقابل :

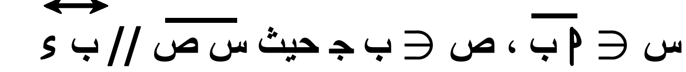
أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان لدائرة عند ب ، جـ

ق(∠ ب ء جـ) = ٦٥°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب أ جـ)

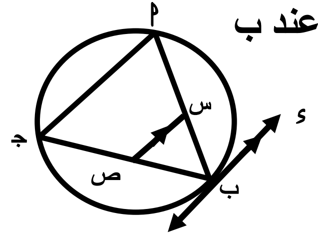


{٢٦} في الشكل المقابل : $\triangle$ أ ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{بد}$ مماس للدائرة عند ب



س ∋ $\overline{أب}$ ، ص ∋ ب ج حيث $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب د}$

أثبت أن : الشكل أ س ص ج رباعي دائري

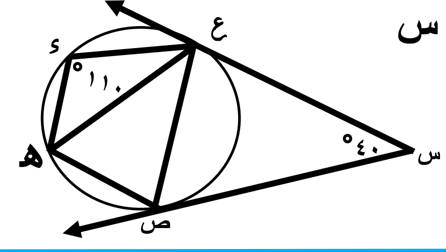


{٢٧} في الشكل المقابل : س ص، س ع مماسان للدائرة من نقطة س



ق (∠ س) = ٤٠° ، ق (∠ د) = ١١٠°

أثبت أن : ق (ع د هـ) = ق (ع ص)



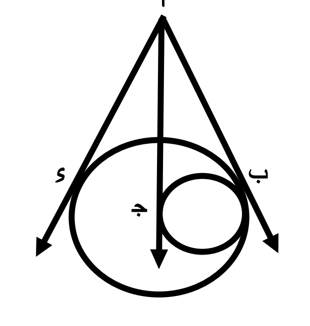
{٢٨} في الشكل المقابل :

دائرتان متماستان في نقطة ب ، $\overleftarrow{أ ب}$ مماس مشترك للدائرتين



$\overleftarrow{أ ج}$ مماس للصغري ، أ د مماس للكبري ، أ ج = ١٥ سم

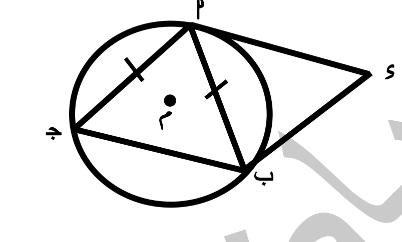
أ ب = (٢س ــ ٣) سم ، أ د = (ص ــ ٢) سم ، أوجد كلاً من : س ، ص



{٢٩} في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{د أ}$ ، $\overleftarrow{د ب}$ مماسان للدائرة م ، أ ب = أ ج

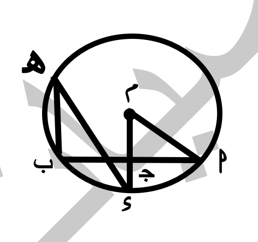
أثبت أن : $\overleftarrow{أ ج}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب د



{٣٠} في الشكل المقابل : ج منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overrightarrow{م ج}$ ∩ الدائرة م = {د}

ق (∠ م أ ب) = ٢٠°

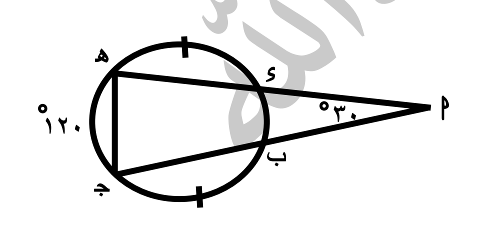
أوجد : ق (∠ب هـ د) ، ق (أ د ب)



{٣١} في الشكل المقابل : ق (∠أ) = ٣٠° ، ق (هـ ج) = ١٢٠°

، ق (ب ج) = ق (د هـ)

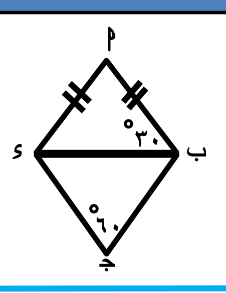
أوجد {١} : ق (ب د) ، {٢} أثبت أن : أ ب = أ د



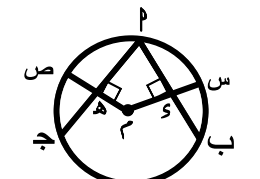
{٣٢} في الشكل المقابل : ٲ ب ﺟ ء شكل رباعي فيه : ٲ ب = ٲ ء

ق(∠ ٲ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ ﺟ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل ٲ ب ﺟ ء رباعي دائري



{٣٣} في الشكل المقابل : ٲ ب = ٲ ﺟ ، م ء ⊥ ٲ ب ، م ﻫ ⊥ ٲ ﺟ أثبت أن : س ء = ص ﻫ

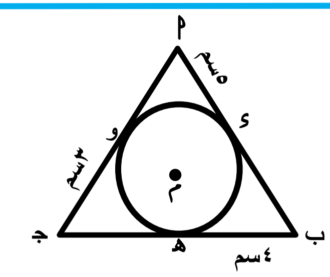


{٣٤} في الشكل المقابل :

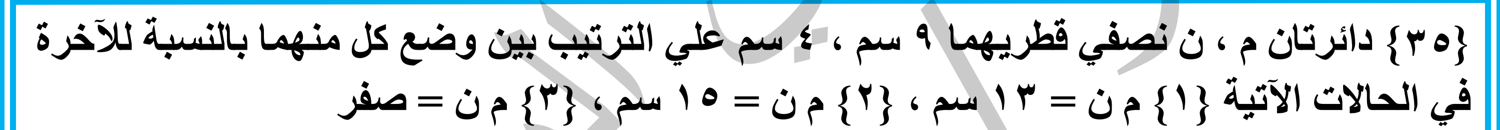
المثلث ٲ ب ﺟ مرسوم خارج الدائرة م التي تمس أضلاعه

ٲ ب ، ب ﺟ ، ٲ ﺟ في ء ، ﻫ ، و علي الترتيب ، ٲ ء = ٥ سم

ب ﻫ = ٤ سم ، ﺟ و = ٣ سم ، أوجد محيط المثلث ٲ ب ﺟ



{٣٥} دائرتان م ، ن نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم علي الترتيب بين وضع كل منهما بالنسبة للآخرة في الحالات الآتية {١} م ن = ١٣ سم ، {٢} م ن = ١٥ سم ، {٣} م ن = صفر

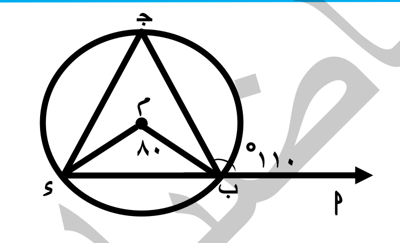


{٤} م ن = ٥ سم ، {٥} م ن = ١٠ سم ، {٦} م ن = ٣ سم

{٣٦} في الشكل المقابل :

م دائرة فيها ق (∠ ب م ء) = ٨٠° ، ق (∠ٲبﺟ) = ١١٠°

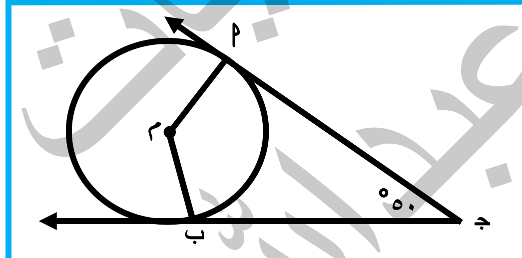
{١} أوجد بالبرهان :ق(∠ ﺟءب) {٢} أثبت أن : ﺟ ب = ﺟ ء



{٣٧} في الشكل المقابل :

ﺟ ٲ ، ﺟ ب مماسان للدائرة م ، ق (∠ ٲ ﺟ ب) = ٥٠°

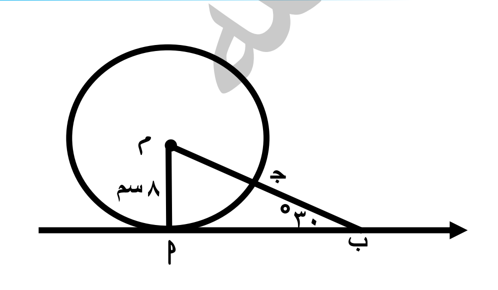
أوجد ق (∠ ٲ م ب)

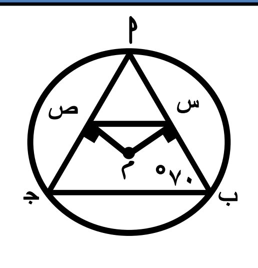


{٣٨} في الشكل المقابل : ٲ ب مماس للدائرة م عند ٲ

م ٲ = ٨ سم ، ق (∠ ٲ ب م) = ٣٠°

{١} أوجد طول م ب {٢} قياس (ﺟ ٲ)

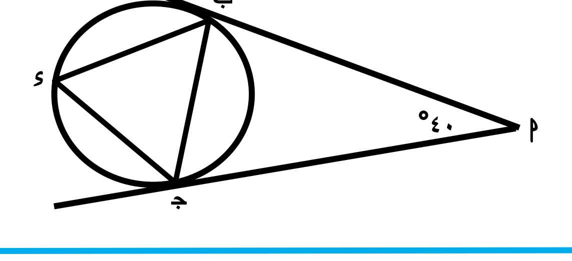




{٣٩} في الشكل المقابل : في الدائرة م .

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ ، ق (∠ ب) = ٧٠ °

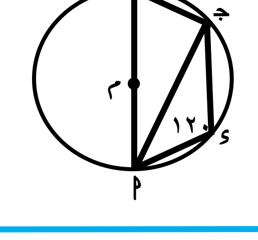
أثبت أن : س ص // ب جـ {٢} أوجد ق (∠ص س م)



{٤٠} في الشكل المقابل :

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

ق (∠أ) = ٤٠ °، أوجد بالبرهان ق (∠ء)



{٤١} في الشكل المقابل : أ ب قطر في الدائرة م

فيه ق (∠ جـ ء أ) = ١٢٠°

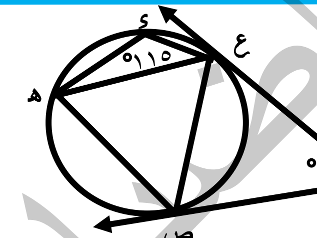
أوجد ق (∠جـ أ ب)



{٤٢} في الشكل المقابل : م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم

أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، م جـ ⊥ أ ب

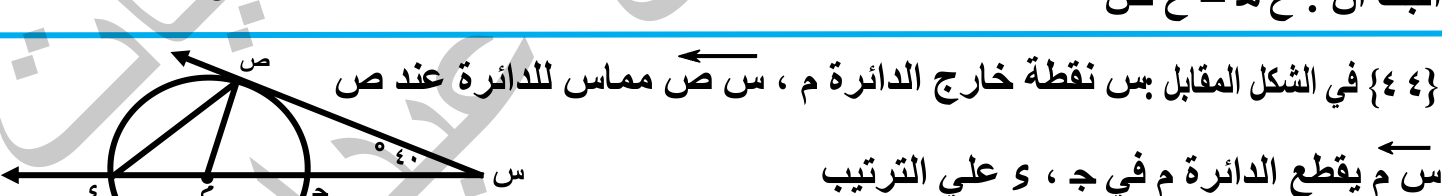
أوجد مساحة المثلث أ م جـ



{٤٣} في الشكل المقابل : س ص ، س ع مماسان للدائرة من نقطة س

ق (∠ ع ء هـ) = ١١٥° ، ق (∠ س) = ٥٠°

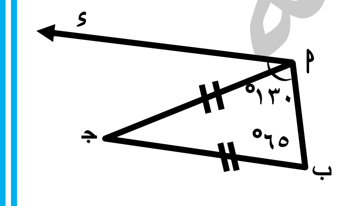
أثبت أن : ع هـ = ع ص



{٤٤} في الشكل المقابل: س نقطة خارج الدائرة م ، س ص مماس للدائرة عند ص

س م يقطع الدائرة م في جـ ، ء علي الترتيب

ق (< س) = ٤٠ أوجد : ق (< ص ء جـ)



{٤٥} في الشكل المقابل :

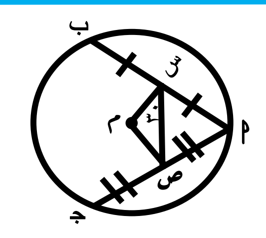
Δ أ ب جـ فيه جـ ب = أ جـ ، ق (< ء أ ب) = ١٣٠°

ق (< ب) = ٦٥° أثبت أن : أ ء مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب جـ

{٤٦} في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{م ء}}$ مماس للدائرة

ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ١٠٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

أوجد بالبرهان ق (∠ ب م ء)



{٤٧} في الشكل المقابل : م جـ = م ب ، س ، ص منتصفا $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$

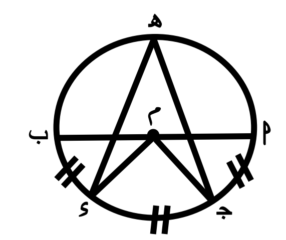
ق (∠ م س ص) = ٣٠°

أثبت أن : Δ م س ص متساوي الأضلاع


{٤٨} في الشكل المقابل : م ب قطر في الدائرة مركزها م . فإذا كان

ق ($\overset{\frown}{\text{م جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$)

أوجد :اولاً : ق (∠ جـ م ء) ، ثانياً : ق (∠ جـ هـ ء)



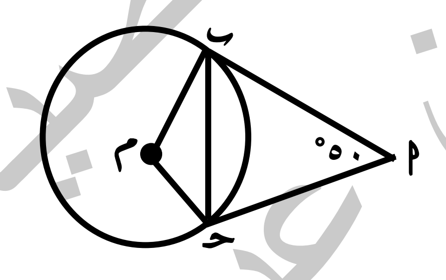
{٤٩} أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{١}{٤}$ الدائرة ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٤ سم (حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)


{٥٠} في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

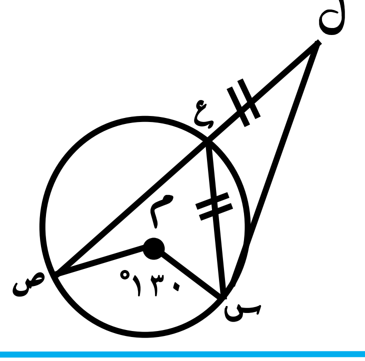
ق(∠أ) = ٨٠° أوجد بالبرهان : ق (∠ب حـ م)

ق (∠م جـ ب) ، ق (∠حـ م ب)



{٥١} $\overline{\text{أب}}$ طولها ٤ سم . ارسم الدائرة التي تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم كم دائرة مكن رسمها ؟ باستخدام الأدوات الهندسية

{٥٢} في الشكل المقابل :



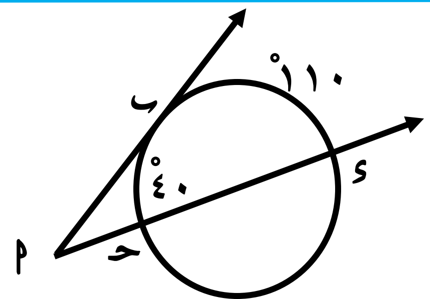
أئرة م ، ق (س م ص) = ١٣٠ ° ، ع س = ع ل

أوجد بالبرهان

{١} ق (⌒س ص) {٢} ق (∠ س ع ص)

{٣} ق (∠ ل)

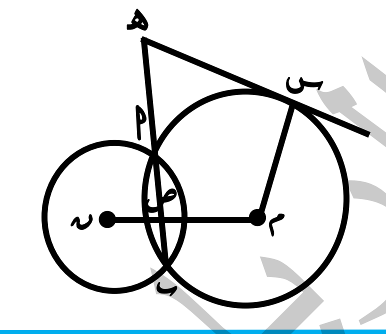
{٥٣} في الشكل المقابل : إذا كان : ←ا ب مماساً عند ب



←ا جـ يقطع الدائرة في جـ ، د ، ق(⌒ب د) = ١١٠°

ق(⌒جـ ب) = ٤٠° أوجد بالبرهان : ق(∠ا)

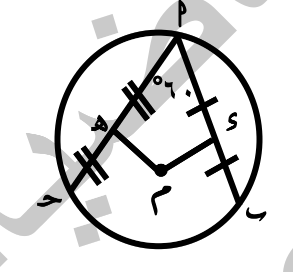
{٥٤} في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب



←هـ س مماس للدائرة م عند س ، ‾م ن ∩ ‾ا ب = {ص}

أثبت أن : الشكل هـ س م ص رباعي دائري

{٥٥} في الشكل المقابل : ‾ا ب ، ‾ا جـ وتران في الدائرة م



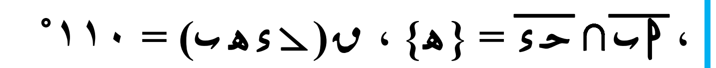
د منتصف ‾ا ب ، هـ منتصف ‾ا جـ

ق(∠ب ا جـ) =٦٠° ، أوجد ق(∠د م هـ)

{٥٦} في الشكل المقابل :



‾ا ب ، ‾ا جـ وتران في الدائرة م



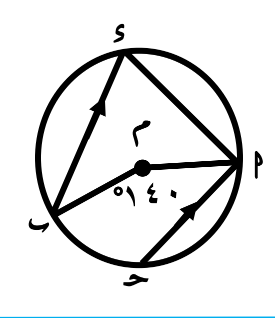
، ‾ا ب ∩ ‾جـ د = {هـ} ، ق(∠د هـ ب) = ١١٠°

ق(⌒ا جـ) = ١٠٠° ، أوجد : ق(∠د جـ ب)

{٥٧} في الشكل المقابل : ا حـ // ء ب

ق(∠ ا م ب) = ١٤٠°

أوجد : ق (∠ حـ ا ء)

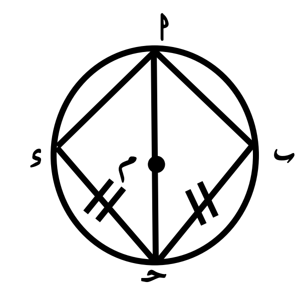




{٥٨} في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

ء هـ // ب حـ ، أثبت أن ق(∠ ء ا حـ) = ق(∠ ب ا هـ)



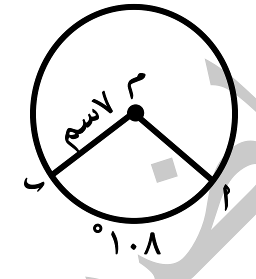
{٥٩} في الشكل المقابل :



ا ب حـ ء رباعي دائري مرسوم داخل دائرة م

ا حـ قطر في الدائرة ، حـ ب = حـ ء

أثبت أن : ق(⌒ ا ب) = ق(⌒ ا ء)

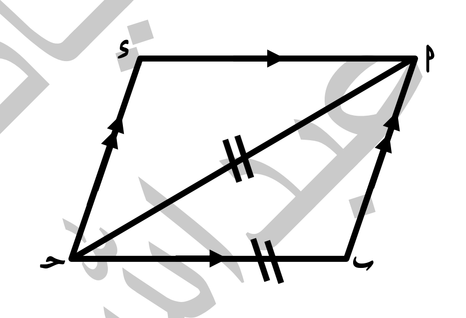




{٦٠} في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، ق(⌒ ا ب) = ١٠٨°

أوجد طول ⌒ ا ب ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



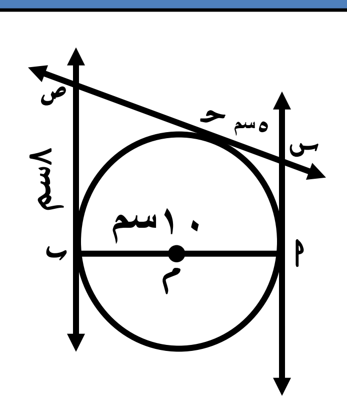
{٦١} في الشكل المقابل :

ا ب حـ ء متوازي أضلاع فيه ا حـ = ب حـ

أثبت أن : حـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث ا ب حـ

{٦٢} في الشكل المقابل : $\overline{اب}$ قطر في الدائرة م ، حـ ∈ للدائرة م رسم مماس للدائرة عند حـ قطع المماسين المرسومين لهما عند ا ، ب في س ، ص فإذا كان : اب = ١٠سم ، س حـ = ٥ سم ، ص ب = ٨ سم

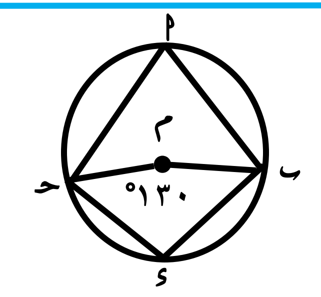
أوجد محيط الشكل : ا س ص ب



{٦٣} في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م فيها : ق(∠ ب م حـ) = ١٣٠°

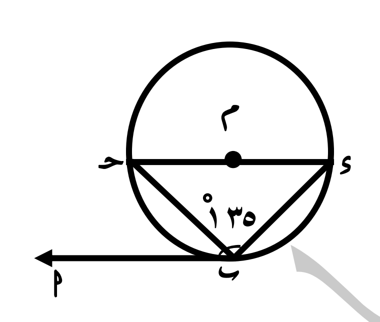
أوجد : {١} ق(∠ ا) {٢} ق(∠ ء)



{٦٤} في الشكل المقابل :

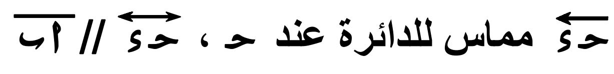
ء حـ قطر في الدائرة التي مركزها م ، $\overline{ب ا}$ مماس للدائرة عند نقطة ب ، ق(∠ ا ب ء) = ١٣٥ °

ثبت أن : $\overline{ء حـ}$ // $\overline{ا ب}$

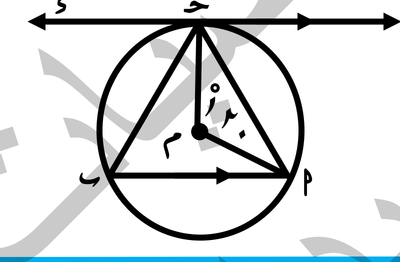


{٦٥} في الشكل المقابل :


$\overleftrightarrow{ء حـ}$ مماس للدائرة عند حـ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ // $\overline{ا ب}$


، ق(∠ ا م حـ) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث ب ا حـ متساوي الأضلاع

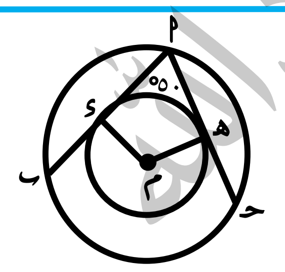


{٦٦} في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{ا حـ}$ ، $\overline{ا ب}$ قطعتان مماستان للدائرة الصغري في هـ ، ء ، ق(∠ ا) =٥٠ °

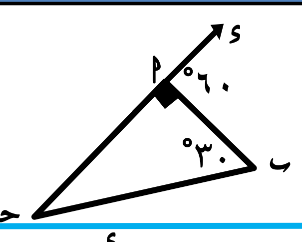
وتقطعان الدائرة الكبرى في حـ ، ب علي الترتيب

{١}أثبت أن : ا حـ = ا ب {٢} أوجد ق(∠ هـ م ء)



{٦٧} في الشكل المقابل : Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ا ، ق(∠ د ا ب)=٦٠ °

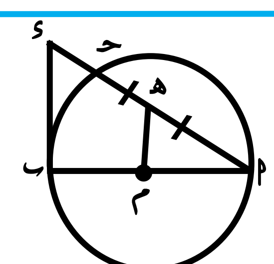
ق(∠ب)=٣٠° ، أثبت أن : ا د مماس للدائرة المارة بالنقط ا،ب، حـ



{٦٨} في الشكل المقابل : ا ب قطر في الدائرة م ، هـ منتصف ا حـ

ب د مماس للدائرة عند ب

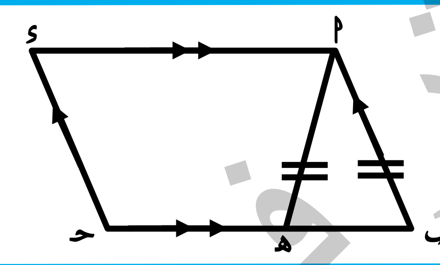
برهن أن : الشكل هـ م ب د رباعي دائري



{٦٩} في الشكل المقابل :

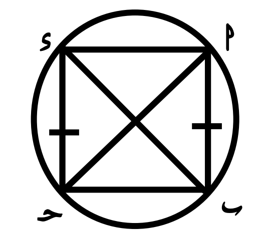
ا ب حـ د متوازي أضلاع ، ا ب = ا هـ

أثبت أن : ا هـ حـ د رباعي دائري



{٧٠} في الشكل المقابل :ا ب حـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة فيه

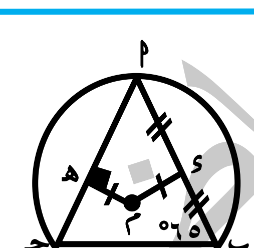
ا ب = د حـ أثبت أن : ا حـ = ب د

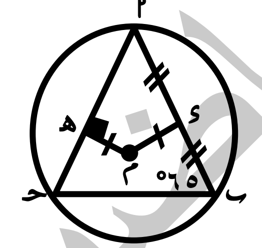


{٧١} في الشكل المقابل :م دائرة ، م د = م هـ ، د منتصف ا ب

م هـ ⊥ ا حـ ، ق(∠ا ب حـ)=٦٥°

أوجد بالبرهان : ق(∠ب ا حـ)

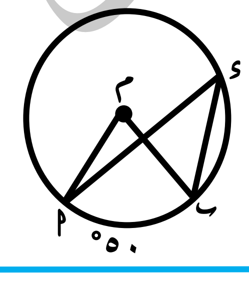




{٧٢} في الشكل المقابل :ق(⌒ا ب) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : {١} ق(∠ا د ب)

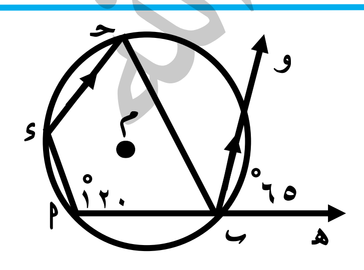
{٢} ق(⌒ا د ب)



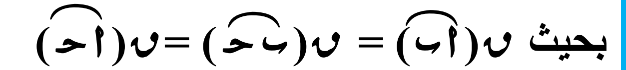
{٧٣} في الشكل المقابل : ا ب حـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة م

ب و // د حـ ، ق(∠هـ ب و)=٦٥°

ق(∠ب د ا)=١٢٠ أوجد :ق(∠ا د حـ)

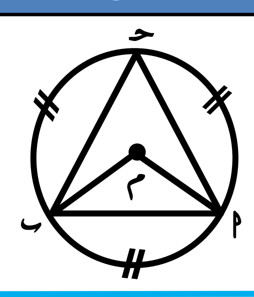


{٧٤} في الشكل المقابل : ا ، ب ، حـ ثلاث نقاط تقع علي دائرة م



بحيث ق(⌒اب) = ق(⌒بحـ) = ق(⌒احـ)

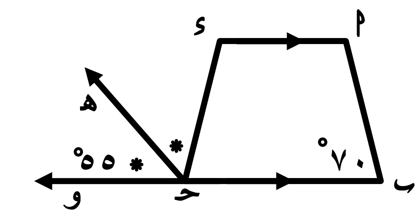
{١}أوجد : ق(∠ا ب م) {٢} Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع



{٧٥} في الشكل المقابل :

اء // ب حـ ، و ∈ ب حـ ينصف ∠ءحـو ، ق(∠ب)=٧٠°

ق(∠هـحـو)= ٥٥ ° أثبت أن : ا ب حـ ء رباعي دائري



{٧٦} في الشكل المقابل : Δ ا ب حـ مرسوم داخل الدائرة م ، ق(∠ا)=٣٠°

{١} أوجد : ق(∠ب م حـ)

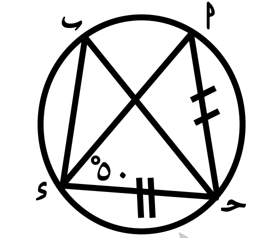
{٢} أثبت أن : Δ م ب حـ متساوي الأضلاع

{٧٧} في الشكل المقابل : ا حـ = حـ ء

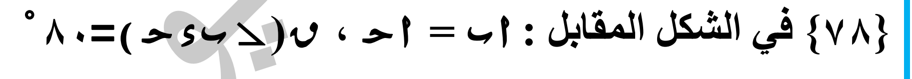


ق(∠اءحـ)=٥٠°

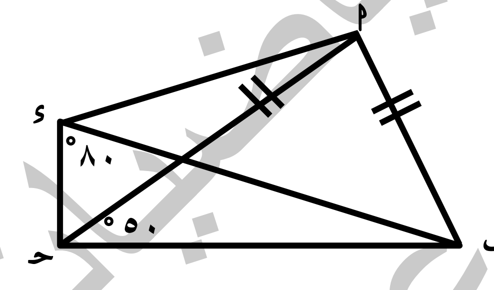
أوجد : ق(∠حـ ب ء)



{٧٨} في الشكل المقابل : ا ب = ا حـ ، ق(∠ب ء حـ)=٨٠°



ق(∠ا حـ ب)=٥٠ ° اثبت أن : ا ب حـ ء رباعي دائري

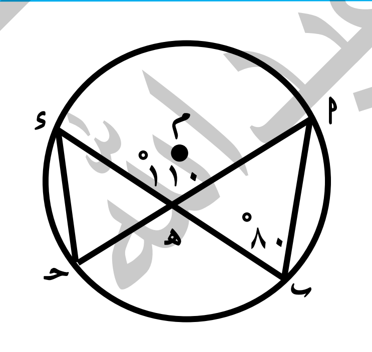


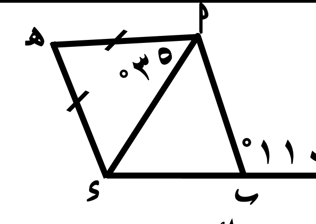
{٧٩} في الشكل المقابل : احـ ، بء وتران في الدائرة م

احـ ∩ بء = {هـ} ، ق(∠اهـء)=١١٠°

ق(∠ب) = ٨٠°

أوجد : ق(⌒اء) ، ق(∠ء)

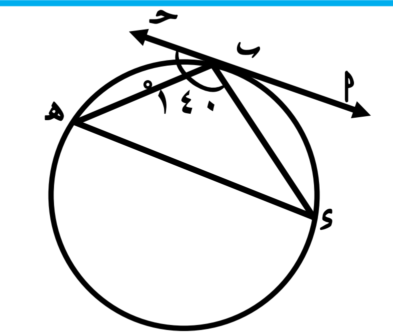




{٨٠} في الشكل المقابل :

هـ أ = هـ ء ، ق (∠ ء أ هـ)=٣٥° ، ق (∠ أ ب حـ)=١١٠°

{١} أوجد بالبرهان : ق (∠ هـ) ، {٢} أثبت أن : الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري

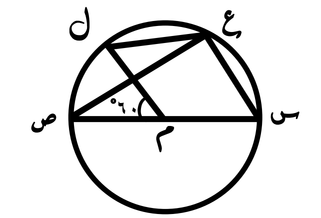


{٨١} في الشكل المقابل :



أ حـ مماس للدائرة عند ب ، ق (∠ ء ب حـ)=١٤٠° ،

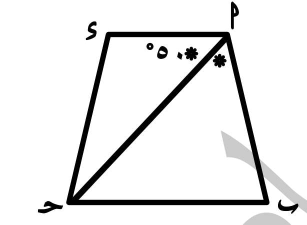
أوجد بالبرهان {١} ق (∠ أ ب ء) {٢} ق (∠ هـ)



{٨٢} في الشكل المقابل :

س ص قطر في الدائرة م ، ق (∠ ل م ص)= ٦٠° ،

أوجد بالبرهان {١} ق (∠ س ع ص) {٢} ق (∠ ص ع ل)

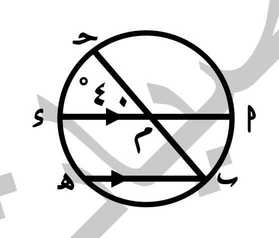


{٨٣} في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : أ حـ ينصف ∠ ب أ ء ،

ق (∠ ب أ حـ)= ٥٠° أوجد بالبرهان : ق (∠ ب حـ ء)



{٨٤} في الشكل المقابل :



أ ء ، ب حـ قطران في الدائرة م ، ق (∠ حـ م ء)= ٤٠°

، أ ء // ب هـ أوجد بالبرهان {١} ق (∠ أ م ب) {٢} ق (ء هـ⌒)

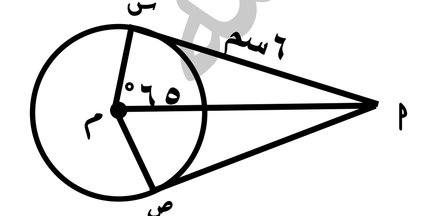
{٨٥} في الشكل المقابل :

أ س ، أ ص قطعتان مماستان للدائرة م عند س ، ص علي الترتيب

ق (∠ أ م س)= ٦٥ ° ، أ س = ٦سم

أوجد بالبرهان {١} طول أ ص {٢} ق (∠ أ س م)

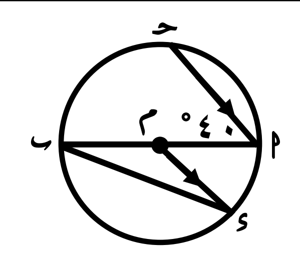
{٣} ق (∠ س أ ص)



{٨٦} في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا حـ}} // \overline{\text{م ء}}$ ، ق (∠ ء ا هـ)= ٤٠ °

أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ب ء)

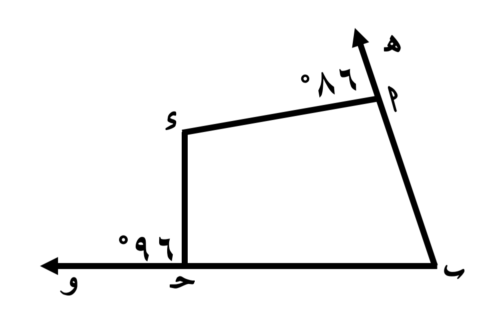


{٨٧} في الشكل المقابل :

ق (∠ هـ ا ء) = ٨٦°

ق (∠ ء حـ و)= ٩٤°

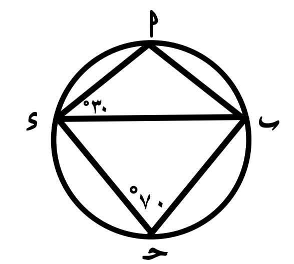
أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعي دائري



{٨٨} في الشكل المقابل :

ق (∠ ب حـ ء)= ٧٠ ° ، ق (∠ ا ء ب)= ٣٠ °

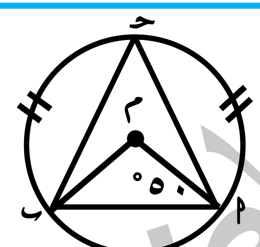
أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ب ء)



{٨٩} في الشكل المقابل :

ق (ا⌢حـ) = ق (حـ⌢ب) ، ق (∠ م ا ب)= ٥٠ °

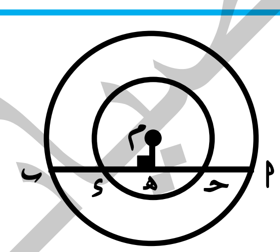
أوجد بالبرهان : ق (∠ حـ ا م)



{٩٠} في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{\text{ا ب}}$ وتر في الدائرة الكبرى

يقطع الصغري في حـ ، ء ، $\overline{\text{م هـ}} \perp \overline{\text{ا ب}}$ ، أثبت أن : ا حـ = ب ء



{٩١} في الشكل المقابل :

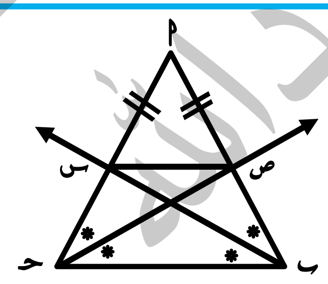
ا ب حـ مثلث فيه : ا ب = ا حـ

$\overleftarrow{\text{ب س}}$ ينصف ∠ ا ب حـ ويقطع $\overline{\text{ا حـ}}$ في س

$\overleftarrow{\text{حـ ص}}$ ينصف ∠ ا حـ ب ويقطع $\overline{\text{ا ب}}$ في ص

أثبت أن : الشكل ب حـ س ص رباعي دائري

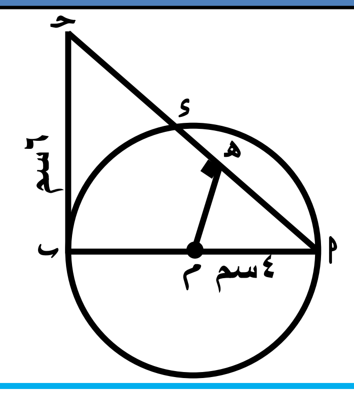




{٩٢} في الشكل المقابل :

$\overline{ﺃﺏ}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{ﺏﺣ}$ مماس للدائرة عند ب

$\overline{ﻣﻫ} \perp \overline{ﺃﺀ}$ ، أ م = ٤سم ، ب ح = ٦سم



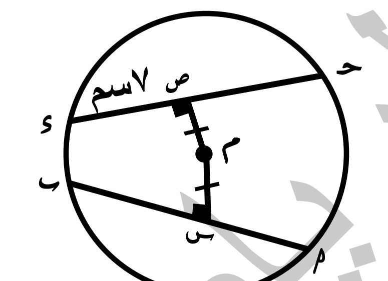
{١}أثبت أن:الشكل هـ م ب ح رباعي دائري {٢} أوجد : طول $\overline{ﺃﺣ}$

{٩٣} في الشكل المقابل :

$\overline{ﺃﺏ}$ قطر في الدائرة م ، ء ∈ $\overrightarrow{ﺃﺏ}$ ، ء ∉ $\overline{ﺃﺏ}$

رسم $\overrightarrow{ﺀﻫ} \perp \overleftrightarrow{ﺃﺏ}$ ، ح ∈ $\overset{\frown}{ﺃﺏ}$ ، $\overrightarrow{ﺣﺏ} \cap \overrightarrow{ﺀﻫ}$ = {هـ}

ق (∠ أ هـ ء)= ٧٠°





{١} أثبت أن : الشكل أ ح ء هـ رباعي دائري {٢} أوجد ق (∠ ء ح هـ)

{٩٤} في الشكل المقابل :

$\overline{ﺃﺏ}$ ، $\overline{ﺣﺀ}$ وتران في الدائرة م ، $\overline{ﻣﺱ} \perp \overline{ﺃﺏ}$

$\overline{ﻣﺹ} \perp \overline{ﺣﺀ}$ ، م س = م ص ، ص ء = ٧سم

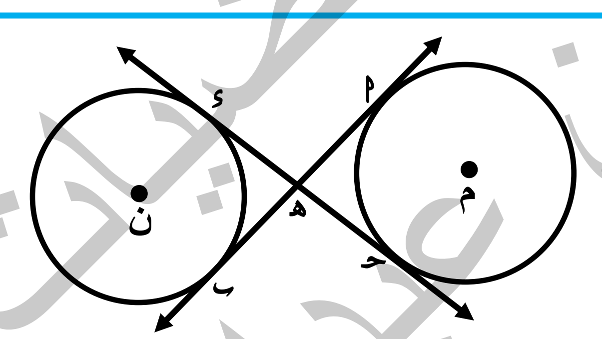
أوجد : طول $\overline{ﺃﺏ}$

{٩٥} في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ﺃﺏ}$ ، $\overleftrightarrow{ﺣﺀ}$ كل منهما مماس مشترك للدائرتين م ، ن

$\overleftrightarrow{ﺃﺏ} \cap \overleftrightarrow{ﺣﺀ}$ = {هـ}

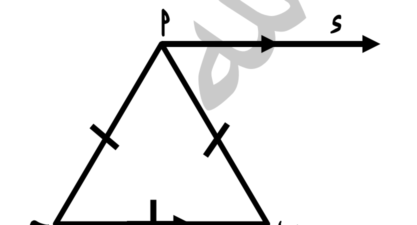
أثبت أن : أ ب = ح ء

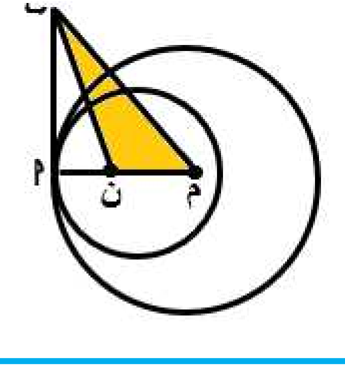


{٩٦} في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ﺃﺀ} // \overline{ﺏﺣ}$ ، أ ح = ب ح = ب أ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{ﺃﺀ}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ح





{٩٧} في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ١٠سم،٦سم

علي الترتيب ومتماستان من الداخل في أ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس مشترك

إذا كانت مساحة Δ ب م ن = ٢٤ سم^٢ ، أوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$

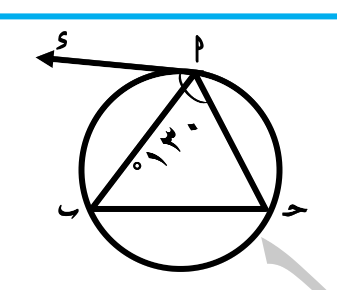
{٩٨} في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

يقطع الدائرة م في هـ و الدائرة ن في ء ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

يقطع الدائرة م في هـ والدائرة ن في حـ ، ق (∠حـ) = ٧٥ °

{١} أوجد : ق (∠و) ، {٢} أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$



{٩٩} في الشكل المقابل :

أ ء مماس للدائرة م عند أ ، ق (∠ ء أ حـ)= ١٣٠ °

أوجد بالبرهان : ق (∠ب)

مراجعة ليلة الامتحان في الهندسة

★ أولاً : الدائرة :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

❶ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو ....

(أ) صفر   (ب) ١   (جـ) ٢   (د) عدد لا نهائي

---

❷ **في الشكل المقابل :**

$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ،

أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم **فإن :** م ء = ... سم

(أ) ٥   (ب) ٣   (جـ) ٤   (د) ٢

---

❸ إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٤ سم ، أ نقطة في مستوى الدائرة

وكان م أ = ٤ سم **فإن :** موضع نقطة أ بالنسبة للدائرة .... الدائرة

(أ) تقع داخل   (ب) تقع خارج   (جـ) على   (د) على مركز

---

❹ إذا كان : المستقيم ل ∩ الدائرة م = $\emptyset$ **فإن :** المستقيم ل يكون .... الدائرة

(أ) خارج   (ب) قاطع   (جـ) مماس   (د) محور تماثل

---

❺ دائرة محيطها ٦ π سم ،والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم

فإن : المستقيم ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة   (ب) قاطعًا للدائرة   (جـ) خارج للدائرة   (د) قطرًا للدائرة

---

❻ إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار..... سم

(أ) ٣   (ب) ٤   (جـ) ٦   (د) ٨

---

❼ **في الشكل المقابل :**

$\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند ب ، فإذا كان م ب = ٥سم

، أ جـ = ٨سم **فإن :** أ ب = ... سم

(أ) ٥   (ب) ١٠   (جـ) ١٢   (د) ١٣

---

❽ دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم فإذا كان م ن = ٥سم

فإن : الدائرتين تكونان ....

(أ) متماستان من الخارج   (ب) متماستان من الداخل

(جـ) متقاطعتان   (د) متباعدتان

٩ إذا كانت الدائرتان م ، ں متماستين من الخارج ،وطول نصف قطر أحدهما ٥سم ، م ں = ٩سم **فإن :** طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٤

---

١٠ م ، ں دائرتان متقاطعتان ، طولا نصفي قطريهما ٣سم ، ٥سم **فإن :** م ں ∋ ......

(أ)]٨ ، ∞[(ب)]٢ ، ∞[(جـ)]٠ ، ٢[(د)]٢ ، ٨[

---

١١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

١٢ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط تقع على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) واحد (جـ) ثلاث (د) عدد لا نهائي

---

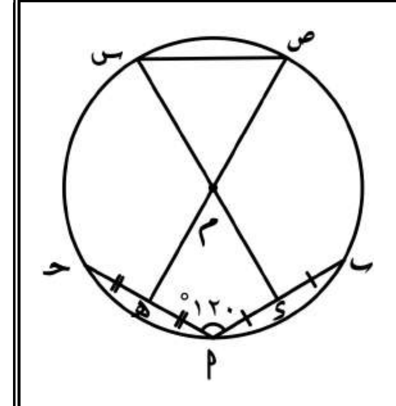
١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

ثانيًا : الأسئلة المقالية

* تعاريف ومفاهيم أساسية :

١ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران في الدائرة م يحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° ، ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ علي الترتيب ، رسم $\overleftarrow{ءم}$ ، $\overleftarrow{هـم}$ فقطعا الدائرة في س ، ص علي الترتيب

أثبت أن : Δ س ص م متساوي الأضلاع

البرهان :

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠ م ء أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أجـ}$ ∴ ق(∠ م هـ أ) = ٩٠°

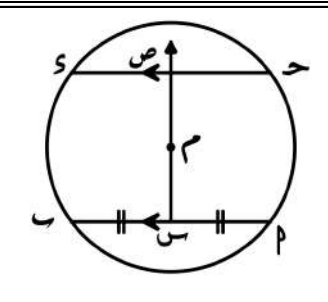
∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ س م ص) = ٦٠° بالتقابل بالرأس ، ∵ م س = م ص = نق

∴ Δ م س ص متساوي الأضلاع

٢ في الشكل المقابل :



م دائرة ، أب // حـء ، س منتصف أب

، رسم سم فقطع حـء في ص

أثبت أن : ص منتصف حـء

البرهان :

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب ∴ ق(∠ م س أ) = ٩٠°

∵ أب // حـء ∴ ق(∠ حـ ص م) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° بالتداخل

∴ م ص ⊥ حـء ∴ **ص منتصف حـء**

٣ في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم

، أب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، حـ منتصف أب

أوجد بالبرهان : مساحة △ أ ء ب



البرهان :



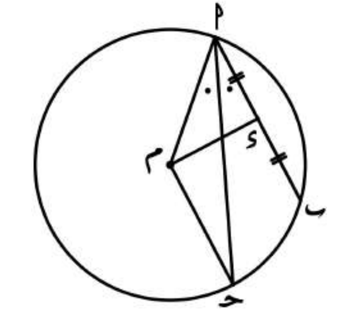
∵ حـ منتصف أب ، أب = ٢٤ سم ∴ م حـ ⊥ أب ، أحـ = ١٢ سم

∵ △ أ م حـ قائم الزاوية في حـ ∴ م حـ = $\sqrt{(13)^2 - (12)^2}$ = ٥ سم

∴ حـء = ١٣ − ٥ = ٨ سم

∴ مساحة △ أ ء ب = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الارتفاع = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = **٩٦ سم²**

٤ في الشكل المقابل :



أب وتر في الدائرة م ، أحـ ينصف (∠ ب أ م)

ويقطع الدائرة م في حـ ، إذا كان ء منتصف أب

أثبت أن : ء م ⊥ م حـ

البرهان :

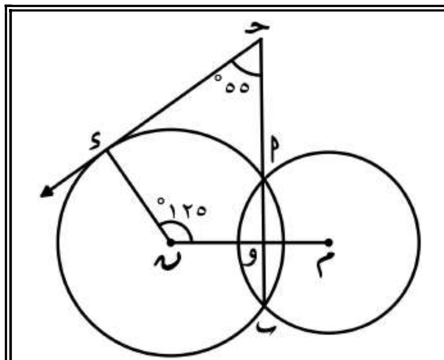
∵ م أ = م حـ = نق ∴ ق(∠ م أ حـ) = ق(∠ حـ) ❶

∵ أحـ ينصف (∠ ب أ م) ∴ ق(∠ م أ حـ) = ق(∠ ب أ حـ) ❷

من ❶ ، ❷ : ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ حـ) وهما في وضع التبادل ∴ أب // م حـ

∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب ∴ ء م ⊥ م حـ

٥ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، حـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$

، ء ∈ الدائرة ن ، ق(∠ م ن ء) = ١٢٥°

، ق(∠ ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ مماساً للدائرة ن عند ء

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ خط المركزين ، $\overline{\text{أ ب}}$ الوتر المشترك

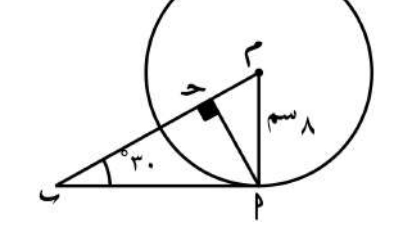
∴ $\overleftrightarrow{\text{م ن}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠ أ و ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ن ء حـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ $\overline{\text{ن ء}} \perp \overleftarrow{\text{حـ ء}}$ ∴ $\overleftarrow{\text{حـ ء}}$ مماساً للدائرة ن عند ء

٦ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ

، م أ = ٨ سم ، ق(∠ أ ب م) = ٣٠°

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

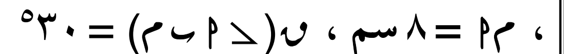
البرهان :



∵ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ ∴ $\overline{\text{م أ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق(∠ م أ ب) = ٩٠°

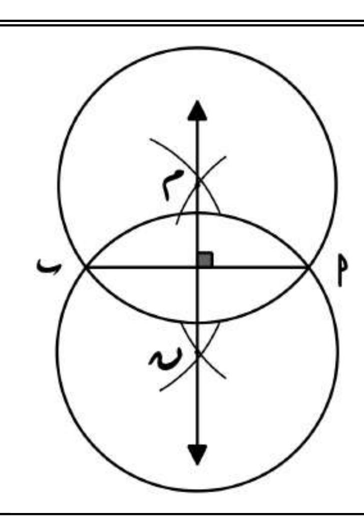


∵ ق(∠ أ ب م) = ٣٠° ∴ م ب = ٢ م أ = ١٦ سم



∴ أ ب = $\sqrt{(١٦)^٢ - (٨)^٢}$ = ٨ $\sqrt{٣}$ سم ∴ أ حـ = $\frac{٨ \times ٨ \sqrt{٣}}{١٦}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم

٧ باستخدام الأدوات الهندسية **:** ارسم $\overline{\text{أ ب}}$ طولها ٤ سم



ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب

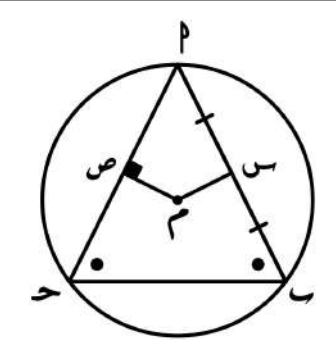
وطول نصف قطرها ٣سم

كم عدد الحلول الممكنة ؟ **(لا تمح الأقواس)**

الحل :

عدد الحلول الممكنة ٢

٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

فيه ق(∠ ب) = ق(∠ حـ) ، س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ حـ

أثبت أن : م س = م ص

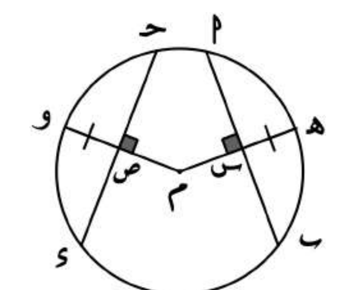
البرهان :

∵ ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)   ∴ أ ب = أ حـ

∵ س منتصف أ ب   ∴ م س ⊥ أ ب

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ حـ ، أ ب = أ حـ (أوتار)   ∴ **م س = م ص** (أبعاد)

٩ في الشكل المقابل :



م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ حـ ء ، هـ س = ص و

أثبت أن : أ ب = حـ ء

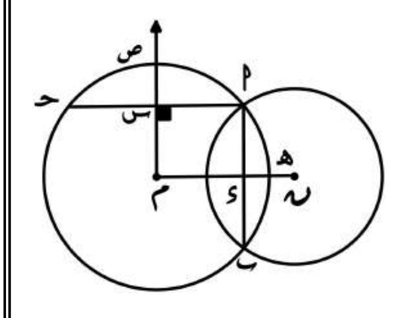
البرهان :

∵ هـ س = ص و (١) ، م هـ = م و = نق (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ م س = م ص (أبعاد)

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ حـ ء   ∴ **أ ب = حـ ء** (أوتار)

١٠ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

رسم م س ⊥ أ حـ ويقطع أ حـ في س ويقطع الدائرة م في ص، رسم م ن يقطع أ ب في ء ويقطع الدائرة ن في هـ

فإذا كان : أ حـ = أ ب   **أثبت أن :** س ص = ء هـ

البرهان :

∵ م ن خط المركزين ، أ ب الوتر المشترك ∴ م ء ⊥ أ ب

∵ م س ⊥ أ حـ ، أ حـ = أ ب (أوتار) ∴ م ء = م س (أبعاد) ← (١)

∵ م أ = م حـ = نق ← (٢)   بطرح (١) من (٢) : **∴ س ص = ء هـ**

١١ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان ، ا ب = حـ ء

م س ⊥ ا ب ، ن ص ⊥ حـ ء

أثبت أن : الشكل م س ص ن مستطيل

البرهان :

∵ م س ⊥ ا ب ، ن ص ⊥ حـ ء ، ا ب = حـ ء (أوتار)

∴ م س = ن ص (أبعاد) ، م س // ن ص ∴ الشكل م س ص ن متوازي أضلاع

∵ ق(∠ م س ص) = ٩٠° ∴ الشكل م س ص ن مستطيل

١٢ في الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه ا ب = ا حـ ، رسمت دائرة م

قطرها ب حـ قطعت ا ب في ء ، ا حـ في هـ

، م س ⊥ ب ء ، م ص ⊥ حـ هـ **أثبت أن :** ب ء = حـ هـ

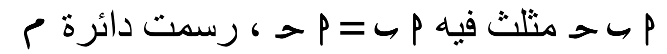
البرهان :

∵ ا ب = ا حـ ∴ ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)

∵ ΔΔ ب م س ، حـ م ص **فيهما :**

ق(∠ ب) = ق(∠ حـ) ، ق(∠ ب س م) = ق(∠ حـ ص م) = ٩٠° ، م ب = م حـ = نق

∴ Δ ب م س ≡ Δ حـ م ص وينتج أن : م س = م ص (أبعاد) ∴ ب ء = حـ هـ (أوتار)



★ ثانيًا : الزوايا والأقواس في الدائرة :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

❶ قياس القوس الذي يمثل ثلث الدائرة = ...

(ا) ٦٠° (ب) ٩٠° (حـ) ١٢٠° (ء) ٢٤٠°

❷ طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي ....

(ا) ٤ π نق (ب) ٢ π نق (حـ) π نق (ء) $\frac{1}{2}$ π نق

❸ قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق يقابل زاوية مركزية قياسها = ...

(ا) ٣٠° (ب) ٦٠° (حـ) ١٢٠° (ء) ٢٤٠°

٤ قياس الزاوية المحيطية يساوي .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس

(أ) نصف (ب) ضعف (حـ) ربع (ء) ثلث

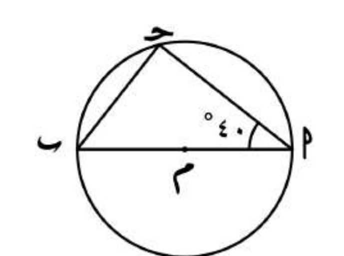
---

٥ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (حـ) ١٢٠° (ء) ١٨٠°

---

٦ **في الشكل المقابل :**



أب قطر للدائرة م ، ق(∠أ) = ٤٠°

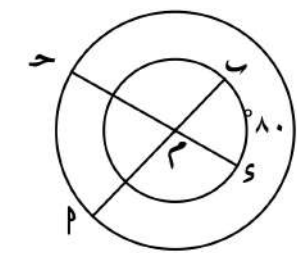
فإن : ق(∠ب) = ...

(أ) ١٤٠° (ب) ٩٠°

(حـ) ٤٠° (ء) ٥٠°

---

٧ **في الشكل المقابل :**



دائرتان متحدتا المركز في م ، فإذا كان ق(بء⌒) = ٨٠°

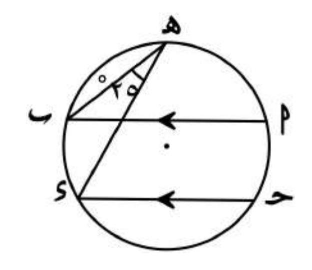
فإن : ق(أحـ⌒) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٨٠°

(حـ) ١٠٠° (ء) ١٦٠°

---

٨ **في الشكل المقابل :**



أب ، حـء وتران متوازيان ، ق(∠ب هـ ء) = ٢٥°

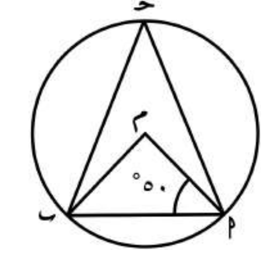
فإن : ق(أحـ⌒) = ...

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

(حـ) ١٠٠° (ء) ١٢,٥°

---

٩ **في الشكل المقابل :**



إذا كان : ق(∠م أ ب) = ٥٠°

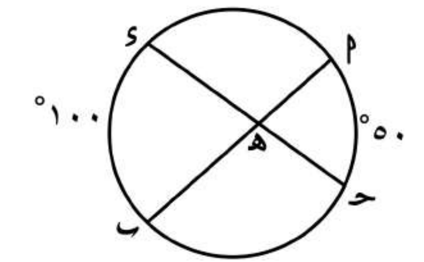
فإن : ق(∠أ حـ ب) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٨٠°

(حـ) ١٠٠° (ء) ١٦٠°

---

١٠ **في الشكل المقابل :**

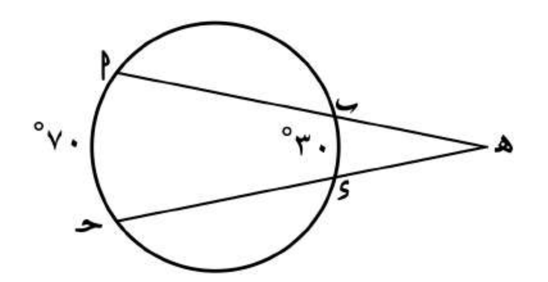


ق(أحـ⌒) = ٥٠° ، ق(ءب⌒) = ١٠٠°

فإن : ق(∠أ هـ حـ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(حـ) ١٦٠° (ء) ٧٥°



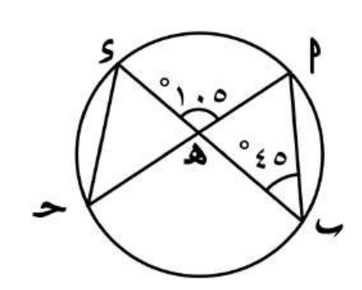
⑪ في الشكل المقابل :

ق(⌒أ حـ) = ٧٠° ، ق(⌒ب ء) = ٣٠°

فإن : ق(∠ هـ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٥٠° (ء) ١٠٠°



⑫ في الشكل المقابل : أ حـ ∩ ب ء = {هـ}

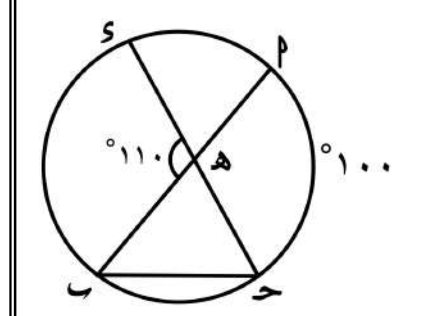
، ق(∠ ب) = ٤٥° ، ق(∠ أ هـ ء) = ١٠٥°

فإن : ق(∠ ب ء حـ) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠°

(حـ) ١٥٠° (ء) ١٠٥°

ثانيًا : الأسئلة المقالية



١ في الشكل المقابل :

أ ب ، ء حـ وتران في الدائرة م ، أ ب ∩ حـ ء = { هـ }

، ق(∠ ء هـ ب) = ١١٠° ، ق(⌒أ حـ) = ١٠٠°

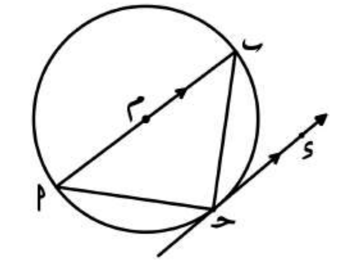
أوجد : ق(∠ ء حـ ب)

البرهان :

∵ ق(⌒أ حـ) = ١٠٠° ∴ ق(∠ أ ب حـ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(⌒أ حـ) = ٥٠°

∵ ء ، هـ ، حـ على استقامة واحدة ∴ ق(∠ حـ هـ ب) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ Δ هـ حـ ب : ق(∠ ء حـ ب) = ١٨٠° − (٥٠° + ٧٠°) = **٦٠°**



٢ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في الدائرة م

، حـ ء مماس للدائرة عند حـ ، حـ ء // أ ب

① **أثبت أن :** أ حـ = ب حـ ② **أوجد :** ق(∠ ب)

البرهان :

∵ حـ ء // أ ب ∴ ق(⌒أ حـ) = ق(⌒حـ ب) ∴ **أ حـ = ب حـ**

∵ أ ب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠° ∴ ق(∠ ب) = **٤٥°**

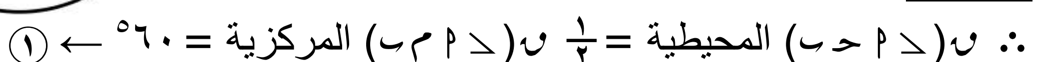
٣ في الشكل المقابل :

حء مماس للدائرة عند ح ، حء // اب

، ق(∠ا م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ ا ح ب متساوي الأضلاع

البرهان : ∵ ق(∠ا م ب) = ١٢٠°



∴ ق(∠ا ح ب) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ا م ب) المركزية = ٦٠° ← (١)

∵ حء // اب ∴ ق(⌢ا ح) = ق(⌢ح ب) ∴ ح ا = ح ب ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : **Δ ا ح ب متساوي الأضلاع**



٤ في الشكل المقابل :

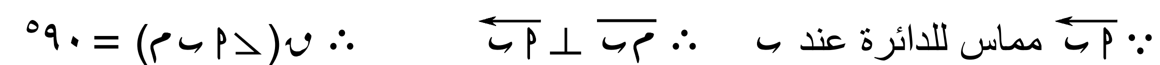
ا نقطة خارج الدائرة م ، اب مماس للدائرة عند ب

، ام قطع الدائرة م في ح ، ء علي الترتيب

، ق(∠ا) = ٤٠° **أوجد :** ق(∠ب ء ح) ، ق(⌢ب ح)



البرهان :



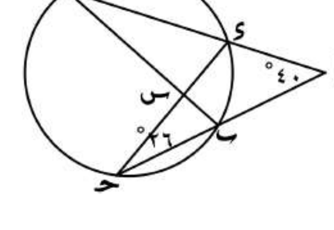
∵ اب مماس للدائرة عند ب ∴ م ب ⊥ ا ب ∴ ق(∠ا ب م) = ٩٠°

∴ Δ ا م ب : ق(∠ب م ا) = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∴ ق(∠ب ء ح) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ح) المركزية = **٢٥°**

∴ ق(⌢ب ح) = ق(∠ب م ح) المركزية = **٥٠°**

٥ في الشكل المقابل :



ق(∠ا) = ٤٠° ، ق(∠ء ح ب) = ٢٦°

أوجد : ق(⌢ه ح) ، ق(∠ه س ح)



البرهان :

∵ ق(∠ء ح ب) = ٢٦° ∴ ق(⌢ء ب) = ٢ ق(∠ء ح ب) المحيطية = ٥٢°

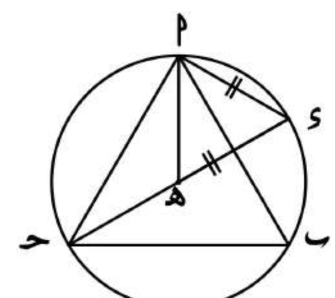
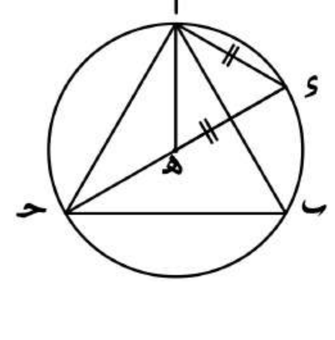
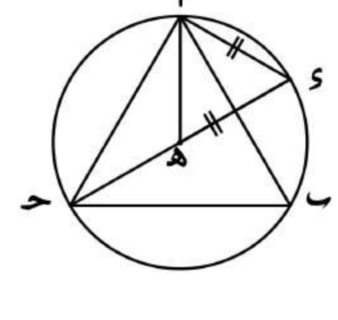
∵ ء ه ∩ ب ح = {ا} ∴ ق(∠ا) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌢ه ح) - ق(⌢ء ب)]

∴ ٨٠° = ق(⌢ه ح) - ٥٢° ∴ ق(⌢ه ح) = ٨٠° + ٥٢° = **١٣٢°**

∵ ء ح ∩ ب ه = {س}

∴ ق(∠ه س ح) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌢ء ب) + ق(⌢ه ح)] = $\frac{1}{2}$ (٥٢° + ١٣٢°) = **٩٢°**

٦ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع ، أ ء = ء هـ

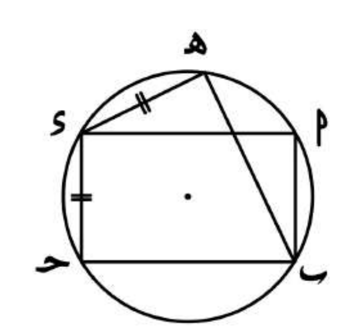
أثبت أن : Δ أ ء هـ متساوي الأضلاع

البرهان : ∵ Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع ∴ ق(∠ ب) = ٦٠°

∴ ق(∠ أ ء حـ) المحيطية = ق(∠ أ ب حـ) المحيطية = ٦٠°

∵ أ ء = ء هـ ∴ **Δ أ ء هـ متساوي الأضلاع**

٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

، رسم الوتر ب هـ بحيث حـ ء = ء هـ

أثبت أن : ب هـ = أ ء

البرهان :

∵ أ ب حـ ء مستطيل ∴ أ ب = ء حـ

∵ ء حـ = ء هـ ∴ أ ب = ء هـ

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒ء هـ) بإضافة ق(⌒أ هـ) للطرفين :

∴ ق(⌒ب أ هـ) = ق(⌒أ هـ ء) ∴ **ب هـ = أ ء**

٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة ، ء هـ // ب حـ

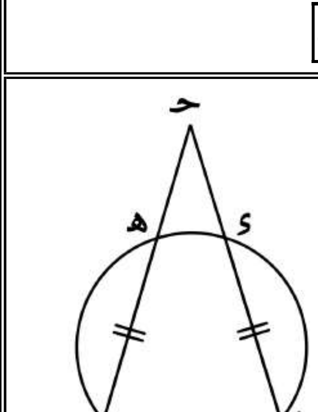
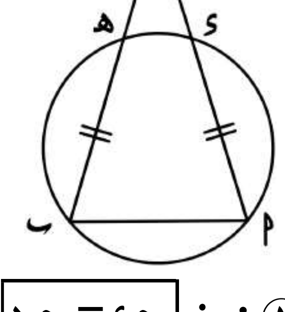
أثبت أن : ق(∠ ء أ حـ) = ق(∠ ب أ هـ)

البرهان : ∵ ء هـ // ب حـ ∴ ق(⌒ء ب) = ق(⌒هـ حـ)

∴ ق(∠ ء أ ب) المحيطية = ق(∠ حـ أ هـ) المحيطية

بإضافة ق(∠ ب أ حـ) للطرفين : ∴ **ق(∠ ء أ حـ) = ق(∠ ب أ هـ)**

٩ في الشكل المقابل :

أ ء ، ب هـ وتران متساويان في الطول في الدائرة

، ←أ ء ∩ ←ب هـ = {حـ} **أثبت أن :** حـ ء = حـ هـ

البرهان : ∵ أ ء = ب هـ

∴ ق(⌒أ ء) = ق(⌒ب هـ) بإضافة ق(⌒ء هـ) للطرفين

∴ ق(⌒أ ء هـ) = ق(⌒ب هـ ء) ∴ ق(∠ أ ب هـ) = ق(∠ ب أ ء)

∴ أ حـ = ب حـ ① ∵ أ ء = ب هـ ② **بطرح ② من ①** : ∴ **حـ ء = حـ هـ**

★ ثالثا : الشكل الرباعي الدائري :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

❶ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) متساويتان (ب) متتامتان (حـ) متكاملتان (ء) متبادلتان

❷ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق(∠ أ) = ٣ ق(∠ حـ) فإن : ق(∠ أ) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (حـ) ١٢٠° (ء) ١٣٥°

❸ أي من الأشكال الآتية يسمى رباعيًا دائريًا ؟ ....

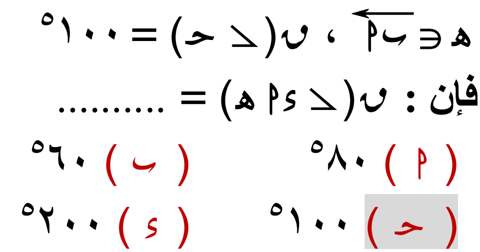
(أ) المعين (ب) المربع (حـ) متوازي الأضلاع (ء) شبه المنحرف

❹ **في الشكل المقابل :**



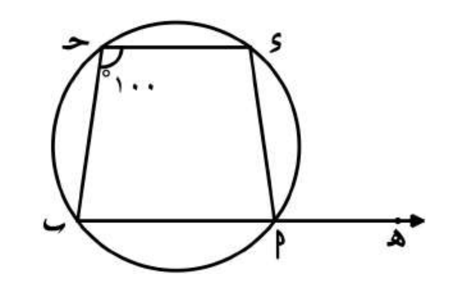
هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، ق(∠ حـ) = ١٠٠°

فإن : ق(∠ ء أ هـ) = ...

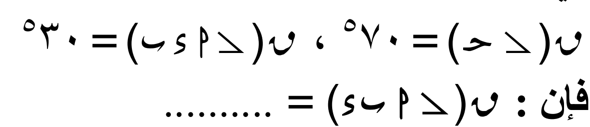


(أ) ٨٠° (ب) ٦٠°

(حـ) ١٠٠° (ء) ٢٠٠°



❺ **في الشكل المقابل :**

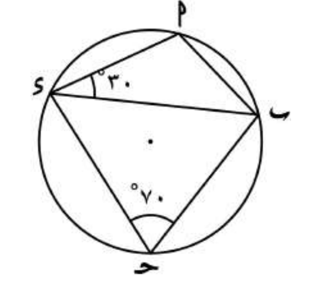


ق(∠ حـ) = ٧٠° ، ق(∠ أ ء ب) = ٣٠°

فإن : ق(∠ ب أ ء) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠°

(حـ) ٧٠° (ء) ١٠٠°



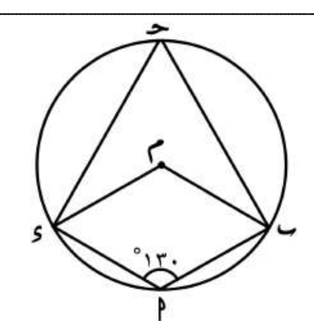
❻ **في الشكل المقابل :**

إذا كان : ق(∠ أ) = ١٣٠°

فإن : ق(∠ ب م ء) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٨٠°

(حـ) ١٠٠° (ء) ١٣٠°



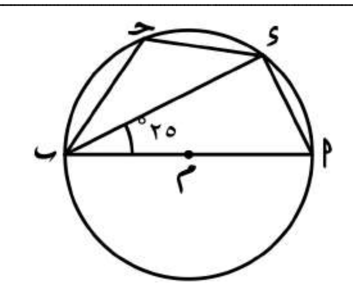
❼ **في الشكل المقابل :**

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ أ ب ء) = ٢٥°

فإن : ق(∠ حـ) = ...

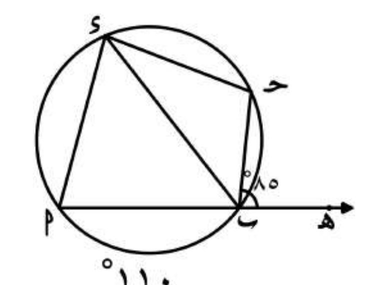
(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°

(حـ) ١١٥° (ء) ١٢٥°



ثانيًا : الأسئلة المقالية

١ في الشكل المقابل :



هـ ∈ أب⃖ ، هـ ∉ أب ، ق(⌒أب) = ١١٠°

، ق(∠حـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد : ق(∠ب ء حـ)

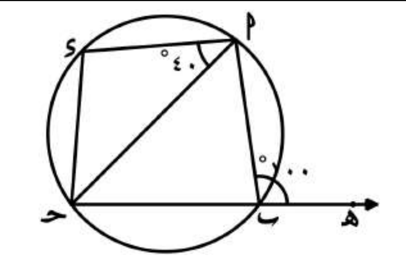
البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

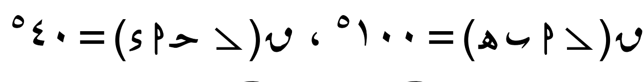
∴ ق(∠حـ ب هـ) الخارجة = ق(∠حـ ء أ) المقابلة للمجاورة لها = ٨٥°

∵ ق(∠ب ء أ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(⌒أب) = ٥٥°

∴ ق(∠ب ء حـ) = ٨٥° - ٥٥° = **٣٠°**

٢ في الشكل المقابل :





ق(∠أ ب هـ) = ١٠٠° ، ق(∠حـ أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق(⌒حـ ء) = ق(⌒أ ء)



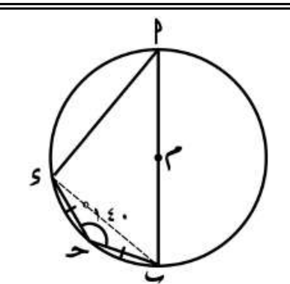
البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠أ ب هـ) الخارجة = ق(∠ء) المقابلة للمجاورة لها = ١٠٠°

∴ Δ أ ء حـ : ق(∠أ حـ ء) = ١٨٠° - (١٠٠° + ٤٠°) = ٤٠°

∴ ق(∠حـ أ ء) = ق(∠أ حـ ء) = ٤٠°　　∴ **ق(⌒حـ ء) = ق(⌒أ ء)**

٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة م

، م ∈ أب ، حـ ب = حـ ء ، ق(∠ب حـ ء) = ١٤٠°

أوجد : ❶ ق(∠أ)　❷ ق(∠ء)

العمل : نرسم ب ء

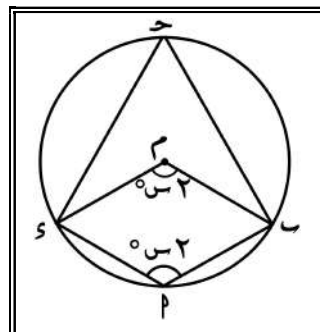
البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠أ) = ١٨٠° - ١٤٠° = **٤٠°**

∵ أب قطر في الدائرة م　　∴ ق(∠أ ء ب) = ٩٠°

∵ حـ ب = حـ ء　　∴ ق(∠ب ء حـ) = $\frac{١٨٠-١٤٠}{٢}$ = ٢٠°

∴ ق(∠أ ء حـ) = ٩٠° + ٢٠° = **١١٠°**

٤ في الشكل المقابل :



ق(∠م) = ق(∠ٲ) = ٢ س°

أوجد : ق(∠ٲ)

البرهان : ∵ ق(∠م) = ٢ س°

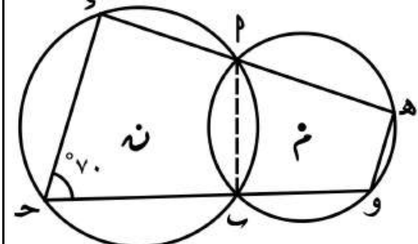
∴ ق(∠حـ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠م) المركزية = س°

∵ الشكل ٲ ب حـ ء رباعي دائري ∴ ق(∠ٲ) + ق(∠حـ) = ١٨٠°

∴ ٢ س° + س° = ١٨٠° ∴ ٣ س° = ١٨٠° (÷٣)

∴ س° = ٦٠° ∴ ق(∠ٲ) = ٢ س° = **١٢٠°**

٥ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في ٲ ، ب

رسم ٲ ء ، ب حـ يقطعان الدائرة ن في ء ، حـ ، الدائرة م في هـ ، و على الترتيب ، ق(∠ب حـ ء) = ٧٠°

❶ أوجد : ق(∠و) **❷ برهن أن :** حـ ء // و هـ

العمل : نرسم ٲ ب

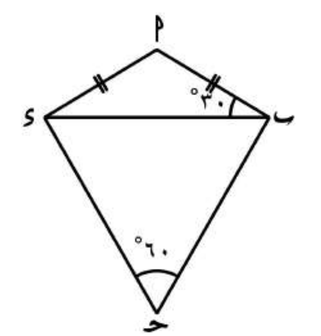
البرهان : ∵ الشكل ٲ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠هـ ٲ ب) الخارجة = ق(∠حـ) المقابلة للمجاورة لها = ٧٠°

∵ الشكل ٲ ب و هـ رباعي دائري ∴ ق(∠و) = ١٨٠° - ٧٠° = **١١٠°**

∵ ق(∠و) + ق(∠حـ) = ١٨٠° وهما في تداخل ∴ **حـ ء // و هـ**

٦ في الشكل المقابل :



ٲ ب = ٲ ء ، ق(∠ٲ ب ء) = ٣٠°

، ق(∠حـ) = ٦٠°

برهن أن : الشكل ٲ ب حـ ء رباعي دائري

البرهان :

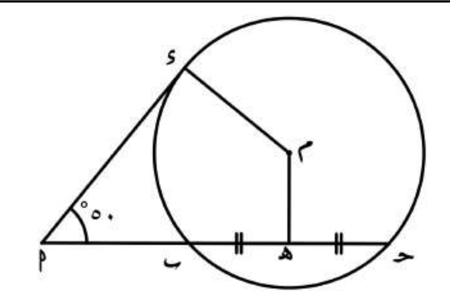
∵ ٲ ب = ٲ ء ∴ ق(∠ٲ ب ء) = ق(∠ٲ ء ب) = ٣٠°

∴ △ٲ ب ء : ق(∠ٲ) = ١٨٠° - (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∴ ق(∠ٲ) + ق(∠حـ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ **الشكل ٲ ب حـ ء رباعي دائري**

٧ في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{أء}$ مماس للدائرة م ، $\overline{أحـ}$ يقطع الدائرة في ب ، حـ

، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ، ق(∠أ) = ٥٠°

❶ **أثبت أن :** الشكل أ هـ م ء رباعي دائري

❷ **أوجد :** ق(∠ء م هـ)

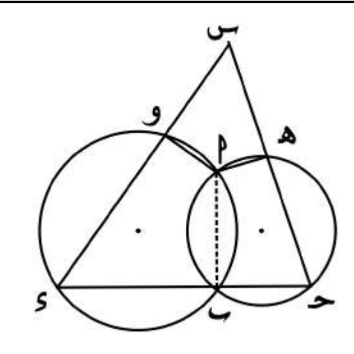
البرهان : ∵ هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ ∴ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ∴ ق(∠م هـ ب) = ٩٠°

∵ $\overleftarrow{أء}$ مماس للدائرة م عند ء ∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أ ء}$ ∴ ق(∠م ء أ) = ٩٠°

∵ ق(∠م هـ ب) + ق(∠م ء أ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل أ هـ م ء رباعي دائري ∴ ق(∠ء م هـ) = ١٨٠° - ٥٠° = ١٣٠°

٨ في الشكل المقابل :



دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، $\overline{حـ ء}$ يمر بالنقطة ب

ويقطع الدائرتين في حـ ، ء ، $\overleftarrow{حـ هـ}$ ∩ $\overleftarrow{ء و}$ = {س}

برهن أن : الشكل أ و س هـ رباعي دائري

العمل : نرسم $\overline{أ ب}$

البرهان :

∵ الشكل أ ب حـ هـ رباعي دائري ∴ ق(∠س هـ أ)الخارجة = ق(∠أ ب حـ)المقابلة للمجاورة

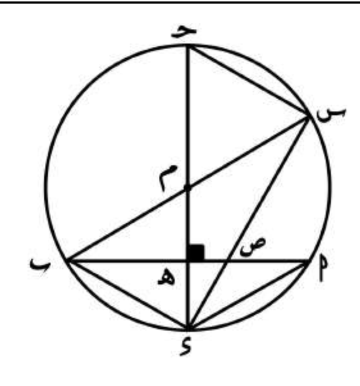
∵ الشكل أ ب ء و رباعي دائري ∴ ق(∠س و أ)الخارجة = ق(∠أ ب ء) المقابلة للمجاورة

∵ حـ ، ب ، ء على استقامة واحدة ∴ ق(∠أ ب حـ) + ق(∠أ ب ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠س هـ أ) + ق(∠س و أ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل أ و س هـ رباعي دائري

٩ في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{حـ ء}$ قطر فيها عمودي على $\overline{أ ب}$

، $\overline{س ء}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {ص}

برهن أن : ❶ الشكل س ص هـ حـ رباعي دائري

❷ ق(∠ء ص ب) = ق(∠ء ب س)

البرهان :

∵ $\overline{حـ ء}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠حـ س ء) = ٩٠°

∵ $\overline{حـ ء}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ∴ ق(∠حـ هـ أ) = ٩٠°

∵ ق(∠حـ س ء) + ق(∠حـ ص أ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ **الشكل س ص هـ جـ رباعي دائري**

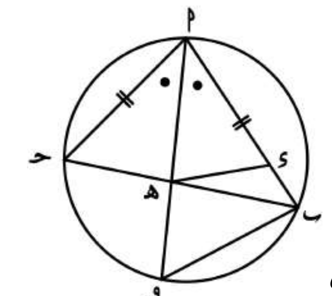
∴ ق(∠ب ص د) الخارجة = ق(∠س جـ د) المقابلة للمجاورة ①

∵ ق(∠س جـ د) المحيطية = ق(∠س ب د) المحيطية ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠د ص ب) = ق(∠د ب س)

---

١٠ في الشكل المقابل :



أد = أجـ ، $\overleftarrow{أو}$ ينصف (∠أ)

أثبت أن : الشكل د ب و هـ رباعي دائري

البرهان : ∵ ΔΔ أ هـ د ، أ هـ جـ **فيهما :**

أد = أجـ ، ق(∠هـ أ د) = ق(∠هـ أ جـ) ، $\overline{أ هـ}$ ضلع مشترك

∴ Δ أ هـ د ≡ Δ أ هـ جـ وينتج أن : ق(∠أ د هـ) = ق(∠جـ) ①

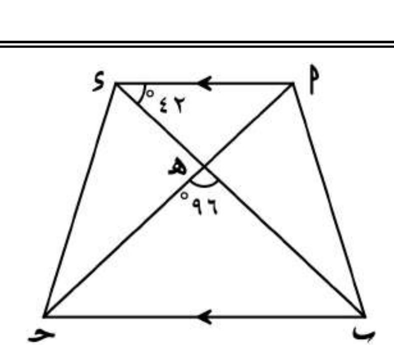
∵ ق(∠أ و ب) المحيطية = ق(∠أ جـ ب) المحيطية ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠أ د هـ) الخارجة = ق(∠و) المقابلة للمجاورة لها

∴ **الشكل د ب و هـ رباعي دائري**

---

١١ في الشكل المقابل :



$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق(∠أ د ب) = ٤٢°

، ق(∠ب هـ جـ) = ٩٦°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ ق(∠د ب جـ) = ق(∠أ د ب) = ٤٢° **بالتبادل**

∵ Δ هـ ب جـ : ق(∠هـ جـ ب) = ١٨٠° − (٩٦° + ٤٢°) = ٤٢°

∴ ق(∠أ د ب) = ق(∠أ جـ ب) = ٤٢° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{أ ب}$

∴ **الشكل أ ب جـ د رباعي دائري**

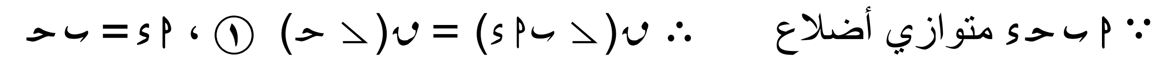
---

١٢ في الشكل المقابل :

أ ب جـ د متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{جـ د}$ حيث ب هـ = أ د

أثبت أن : الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

البرهان :



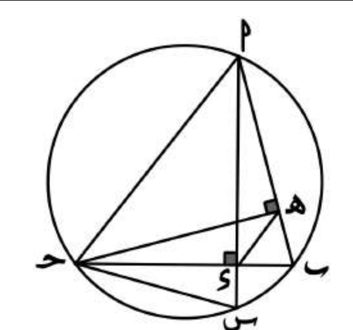
∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع ∴ ق(∠ب أ د) = ق(∠جـ) ① ، أ د = ب جـ

∴ ب هـ = أ د ∴ ب هـ = ب جـ ∴ ق(∠ب هـ جـ) = ق(∠جـ) ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠ب أ د) = ق(∠ب هـ د) وهما زاويتان مرسومتان على $\overline{ب د}$

∴ **الشكل أ ب د هـ رباعي دائري**

١٣ في الشكل المقابل :



حـ هـ ⊥ أ ب ، أ ء ⊥ ب حـ ويقطع الدائرة في س

برهن أن : ❶ الشكل أ هـ ء حـ رباعي دائري

❷ حـ ب ينصف (∠ هـ حـ س)

البرهان :

∵ حـ هـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠ أ هـ حـ) = ٩٠°

∵ أ ء ⊥ ب حـ ∴ ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ هـ حـ) = ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة أ حـ

∴ الشكل أ هـ ء حـ رباعي دائري

∴ ق(∠ هـ أ ء) = ق(∠ هـ حـ ء) لأنهما مرسومتان على القاعدة هـ ء ①

∴ ق(∠ ب أ س) المحيطية = ق(∠ ب حـ س) المحيطية ②

من ① ، ② ينتج أن : ∴ ق(∠ هـ حـ ء) = ق(∠ ب حـ س)

∴ حـ ب ينصف (∠ هـ حـ س)

★ رابعًا : العلاقة بين مماسات الدائرة :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

❶ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

(أ) وترين (ب) مماسين (حـ) وتر ومماس (ء) وتر وقطر

❷ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) متوسطاته (ب) ارتفاعاته

(حـ) منصفات زواياه الداخلة (ء) محاور تماثل أضلاعه

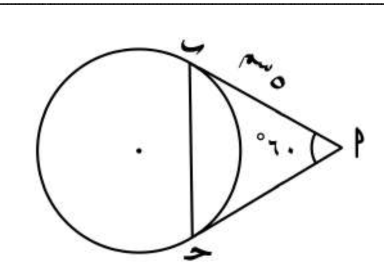
❸ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) منصفات زواياه الخارجة

(حـ) ارتفاعاته (ء) محاور تماثل أضلاعه

❹ **في الشكل المقابل :** أ ب ، أ حـ مماسان ، ق(∠أ) = ٦٠°

، أ ب = ٥ سم **فإن :** طول ب حـ = ... سم



(أ) ٢,٥ (ب) ٥

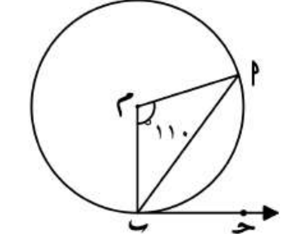
(حـ) ١٠ (ء) ١٥

٥ **في الشكل المقابل :** $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ مماس للدائرة م

، ق(∠أ م ب) = ١١٠° **فإن :** ق(∠أ ب ح) = ...

(أ) ٥٥° (ب) ١١٠°

(ح) ٧٠° (ء) ٢٢٠°



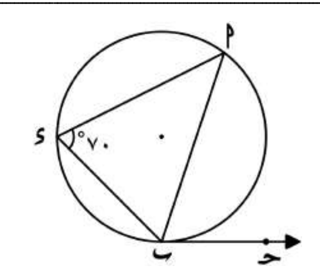
---

٦ **في الشكل المقابل :** $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ مماس للدائرة م

، ق(∠ء) = ٧٠° **فإن :** ق(∠أ ب ح) = ...

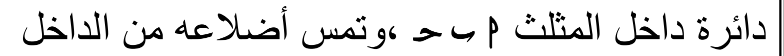
(أ) ٣٥° (ب) ٧٠°

(ح) ١١٠° (ء) ١٤٠°



ثانيًا : الأسئلة المقالية

١ **في الشكل المقابل :**



دائرة داخل المثلث أ ب ح ،وتمس أضلاعه من الداخل

عند س ، ص ، ع ، فإذا كان : أ س = ٣ سم

، س ب = ٤ سم ، أ ح = ٨ سم **أوجد :** طول $\overline{\text{ب ح}}$



البرهان :



∵ $\overline{\text{ب س}}$ ، $\overline{\text{ب ص}}$ قطعتان مماستان ∴ ب س = ب ص = ٤ سم

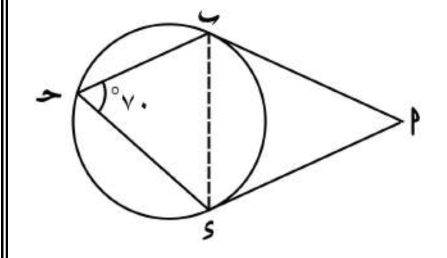
∵ $\overline{\text{أ س}}$ ، $\overline{\text{أ ع}}$ قطعتان مماستان ∴ أ س = أ ع = ٣ سم

∴ أ ح = ٨ سم ∴ ع ح = ٨ − ٣ = ٥ سم

∵ $\overline{\text{ح ص}}$ ، $\overline{\text{ح ع}}$ قطعتان مماستان ∴ ح ص = ح ع = ٥ سم

∴ ب ح = ٤ + ٥ = **٩ سم**

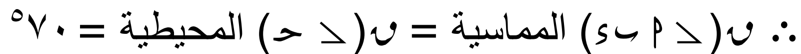
٢ **في الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، ء

، ق(∠ح) = ٧٠° **أوجد :** ق(∠أ)

البرهان : ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند ب



∴ ق(∠أ ب ء) المماسية = ق(∠ح) المحيطية = ٧٠°

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، ء ∴ أ ب = أ ء

∴ ق(∠أ ب ء) = ق(∠أ ء ب) = ٧٠°

∴ Δ أ ب ء : ق(∠أ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = **٤٠°**

٣ في الشكل المقابل :

أب ، أح قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، ح

، أب // حء ، ق(∠ ب م ء) = ١٣٠°

❶ **أثبت أن :** حب ينصف (∠ أ ح ء)

❷ **أوجد :** ق(∠ أ)

البرهان : ∵ ق(∠ ب م ء) = ١٣٠°

∴ ق(∠ ب ح ء) المحيطية = ½ ق(∠ ب م ء) المركزية = ٦٥°

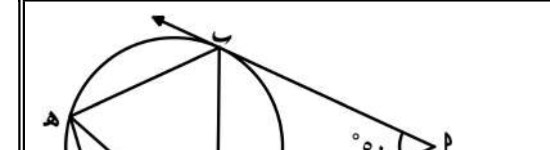
∵ أب // حء   ∴ ق(∠ أ ب ح) = ٦٥°   **بالتبادل**

∵ أب ، أح قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، ح   ∴ أب = أح

∴ ق(∠ أ ح ب) = ق(∠ أ ب ح) = ٦٥°

∴ ق(∠ أ ح ب) = ق(∠ ب ح ء) = ٦٥°   ∴ حب ينصف (∠ أ ح ء)

∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°



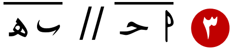
٤ في الشكل المقابل :

أب ، أح مماسان للدائرة عند ب ، ح

، ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ ح ء ه) = ١١٥°

أثبت أن : ❶ بح ينصف (∠ أ ب ه)   ❷ حب = حه

❸ أح // به



البرهان : ∵ الشكل ب ح ء ه رباعي دائري ∴ ق(∠ ح ب ه) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥°

∵ أب ، أح مماسان للدائرة عند ب ، ح   ∴ أب = أح

∴ ق(∠ أ ب ح) = ق(∠ أ ح ب) = $\frac{١٨٠° - ٥٠°}{٢}$ = ٦٥°

∴ ق(∠ أ ب ح) = ق(∠ ح ب ه) = ٦٥°   ∴ بح ينصف (∠ أ ب ه)   (١)

∵ ق(∠ ب ه ح) المحيطية = ق(∠ أ ب ح) المماسية = ٦٥°   (مشتركتان في ⌒بح)

∴ △ ب ح ه فيه : ق(∠ ح ب ه) = ق(∠ ح ه ب) = ٦٥°   ∴ حب = حه   (٢)

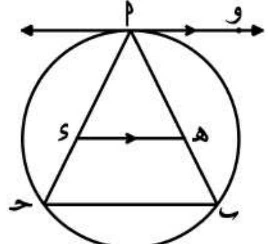
∵ ق(∠ أ ح ب) = ق(∠ ح ب ه) = ٦٥° وهما في وضع التبادل   ∴ أح // به   (٣)

٥ في الشكل المقابل :

أو مماس للدائرة عند أ

، أو // ءه

برهن أن : الشكل ء ه ب ح رباعي دائري



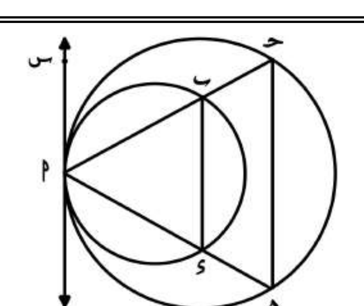
البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ ∴ ق(∠ و أ هـ) = ق(∠ أ هـ د) بالتبادل (١)

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ مماس للدائرة عند أ ∴ ق(∠ و أ ب) المماسية = ق(∠ أ جـ ب) المحيطية (٢)

من (١) ، (٢) : ق(∠ أ هـ د) الخارجة = ق(∠ أ جـ ب) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل د هـ ب جـ رباعي دائري

٦ في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الداخل في أ

، $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ مماس مشترك لهما

أثبت أن : $\overline{\text{ب د}}$ // $\overline{\text{جـ هـ}}$

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ مماس مشترك للدائرتين

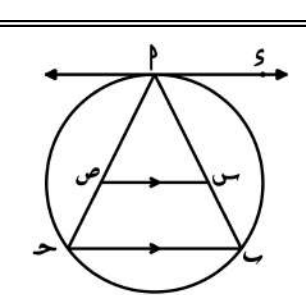

∴ في الدائرة الصغرى : ق(∠ ب د أ) المحيطية = ق(∠ ب أ س) المماسية (١)

∴ في الدائرة الكبرى : ق(∠ جـ هـ أ) المحيطية = ق(∠ جـ أ س) المماسية (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ ب د أ) = ق(∠ جـ هـ أ) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{\text{ب د}}$ // $\overline{\text{جـ هـ}}$

٧ في الشكل المقابل :

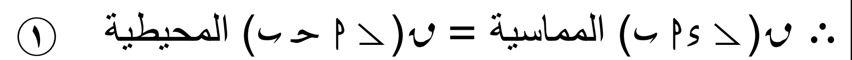



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة عند أ

، س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة التي تمر بالنقط أ ، س ، ص

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة عند أ

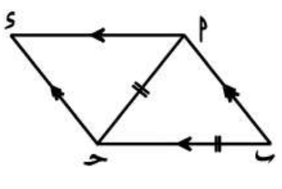

∴ ق(∠ د أ ب) المماسية = ق(∠ أ جـ ب) المحيطية (١)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ ق(∠ أ ص س) = ق(∠ أ جـ ب) بالتناظر (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ د أ س) = ق(∠ أ ص س)

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص


٨ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه : أ جـ = ب جـ



أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

البرهان: ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ ∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ أ جـ د) بالتبادل (١)

∵ أ جـ = ب جـ ∴ ق(∠ ب) = ق(∠ ب أ جـ) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق(∠ أ جـ د) = ق(∠ ب)

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ





ساعتان قبل الامتحان — هندسة ٣ع ت ٢ — إعداد / عبد الفتاح جمعة

أولاً : اختر الصحيح مما بين القوسين :

١ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ... (حادة ، قائمة ، منفرجة ، مستقيمة)

٢ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج ، طول نصف قطر إحداهما ٣سم ، م ن = ٧سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... (٣سم ، ١٠سم ، ٤سم ، ٢١سم)

٣ في الشكل المقابل ، أب ، جـ د وتران متوازيان ق(أجـ) = ٣٠° فإن ق(∠ب هـ د) = ... (١٥° ، ١٠° ، ٣٠° ، ٦٠°)

٤ في الشكل المقابل ، أب مماسة للدائرة م فإن : طول ب جـ = ... سم (٦ ، ٤ ، ٨ ، ١٠)

٥ أ ب جـ د شكل رباعي دائري فيه ق(∠أ) = ٧٥° فإن ق(∠جـ) = ...° (٧٥ ، ١١٥ ، ١٥٠ ، ١٠٥)

٦ عدد محاور تماثل نصف الدائرة .... (صفر ، ١ ، ٢ ، عدد لانهائي)

٧ قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٦٠° = ...° (٣٠ ، ٦٠ ، ١٢٠ ، ٩٠)

٨ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس = ... (١:٢ ، ٢:١ ، ٢:٢ ، ٣:٢)

٩ في الشكل المقابل : ق(∠ب أ د) = ٦٠° فإن ق(∠ب جـ و) = ... (٣٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ١٢٠)

١٠ الزاوية المحيطية التي تقابل قوسا أصغر في الدائرة تكون ... (حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

١١ المماس لدائرة طول قطرها ٦سم يكون على بعد ... سم من مركزها (٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٢)

١٢ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ..... (شبه منحرف ، متوازي أضلاع ، مستطيل ، معين)

١٣ في الشكل المقابل ، أب قطر في الدائرة م ، ق(∠أ ب جـ) = ٥٠° فإن ق(ب جـ) = ...° (٤٠ ، ٥٠ ، ٨٠ ، ١٠٠)

١٤ م ، ن دائرتان متقاطعتان طولا نصفي قطريهما ٥سم ، ٢سم فإن م ن ∈ ... ( ]٣ ، ٧[، [٣ ، ٧] ،]٣ ، ٧] ، [٣ ، ٧[ )

١٥ قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة = ... (٦٠° ، ٩٠° ، ١٢٠° ، ٢٤٠)

١٦ قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها = ...° (٣٠ ، ٦٠ ، ١٢٠ ، ٢٤٠)

١٧ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة = ... (١ ، ٣ ، صفر ، عدد لا نهائي)

١٨ إذا كان م دائرة طول نصف قطرها نق سم فإن طول نصف الدائرة يساوى .... سم
(٢ π نق ، $\frac{1}{4}$ π نق ، $\frac{1}{2}$ π نق ، π نق)

١٩ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هى نقطة تقاطع (محاور أضلاعه ، ارتفاعاته ، متوسطاته ، منصفات زواياه)

٢٠ إذا كان أ ب = ٧سم فإن محيط أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب = ...سم (١٤ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٢١)

٢١ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠سم فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة = ...سم
(٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦)

٢٢ إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} فإن الدائرتين م ، ن ....
(متماستان من الخارج ، متحدا المركز ، متقاطعتان ، متباعدتان)

٢٣ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ... (وترين ، مماسين ، وتر وقطر ، وتر ومماس)

٢٤ إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون .... للدائرة
(قاطعًا ، خارجًا ، مماسًا ، محور تماثل)

٢٥ قياس الزاوية المركزية ... قياس القوس المقابل لها (ضعف ، نصف ، يساوي ، أكبر من)

٢٦ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ... (متعامدان ، متوازيان ، متقاطعان ، منطبقان)

٢٧ محور تماثل الوتر المشترك أب لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ... ($\overleftrightarrow{أم}$ ، $\overleftrightarrow{م ب}$ ، $\overleftrightarrow{م ن}$ ، $\overleftrightarrow{ن أ}$)

٢٨ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوى ... (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

٢٩ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ... (متساويتان ، متكاملتان ، متتامتان ، متبادلتان)

٣٠ دائرة طول قطرها ٨ سم فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون .... للدائرة (مماسًا ، قاطعًا ، محور تماثل ، خارجًا)

٣١ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على .... المشترك وينصفه (القطر ، المماس ، الوتر ، القوس)

٣٢ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ...° (١٣٥ ، ١٢٠ ، ٩٠ ، ٤٥)

٣٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدي المركز = ... (صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

٣٤ عدد الدوائر التى يمكن أن تمر بالنقطتين أ ، ب = ... (١ ، ٢ ، ٣ ، عدد لا نهائي)

٣٥ قياس القوس الذي يمثل سدس قياس الدائرة = ...° (٦٠ ، ٩٠ ، ١٢٠ ، ٣٠٠)

ثانياً: اختر الصحيح مما بين القوسين:

١) عدد محاور تماثل المربع = ... (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

٢) مربع طول ضلعه ٢ل فإن طول قطره = ... سم (ل ، ٤ل ، ٤ل² ، ٢√٢ ل)

٣) مستطيل طوله ٦ سم، وعرضه ٤ سم فإن محيطه = ... سم (١٠ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤)

٤) المستقيمان الموازيان لثالث ..... (متطابقان ، متعامدان ، متوازيان ، متقاطعان)

٥) عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلة ١٢٠° هو ..... أضلاع (٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠)

٦) مساحة المعين الذي طولا قطريه ٦ سم، ٨ سم يساوي ..... سم² (٢٤ ، ٤٨ ، ١٤ ، ٩٦)

٧) القطران متعامدان ومتساويان في الطول في ..... (المعين ، المربع ، المثلث ، المستطيل)

٨) الأعداد: ٤، ٥، ..... تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث (٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢)

٩) إذا كان: س ص ع مثلثاً قائم الزاوية في ص فإن س ع ..... ص ع (> ، < ، = ، ضعف)

١٠) المضلعات المتشابهة بها زواياها المتناظرة ..... (متناسبة ، متبادلة ، مختلفة القياس ، متساوية القياس)

١١) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..... من جهة القاعدة (٢:١ ، ١:٢ ، ٣:١ ، ٢:٣)

١٢) في الشكل المقابل: أ ب جـ ء شبه منحرف فيه أء // ب جـ، أء قطر في الدائرة م فإن مساحة الجزء المظلل = ... سم² (٧٠ ، ١٤٧ ، ١٧٠ ، ٢٢٤)

١٤ سم   ٢٨ سم

١٣) الدائرة التي محيطها ٢٠π سم تكون مساحتها ..... π سم² (١٠ ، ١٠٠ ، ٢٠٠ ، ٤٠٠)

١٤) الزاويتان أ، ب في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في جـ تكونان ..... (متكاملتين ، متتامتين ، متجاورتين ، متساويتين في القياس)

١٥) إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة ..... المستقيم (// ، ⊥ ، ∈ ، ⊂)

١٦) الشكل المقابل يمثل نصف دائرة مركزها م وطول نصف قطرها نق وحدة طول فيكون محيط الشكل المرسوم = ... وحدة طول (٢πنق ، πنق ، πنق + نق ، πنق + ٢نق)

١٧) عدد الزوايا الحادة بالشكل = ... (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

١٨) عدد مستطيلات الشكل = ... (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

١٩) الشكل المقابل يتكون من ٤ مربعات متطابقة مساحته ٤ سم² فإن محيطه ..... سم (٤ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦)

٢٠) عدد المثلثات القائمة التي تلزم لتغطية سطح المستطيل هو ..... (٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢)

٤ سم   ٢ سم   ٢ سم   ٢ سم

٢١) صورة النقطة (٣ ، ٢) بالانتقال (٣ ، ٢) هي ..... ((٣ ، ٢) ، (٦ ، ٤) ، (٠ ، ٠) ، (٩ ، ٤))

٢٢) إذا كانت النقطة أ ∈ للمستقيم ل فإن صورتها بالانعكاس في ل هي ..... (أ ، أَ ، ل ، ب)

ثالثا اجب عما يلي :-

١ ادرس كلا من الأشكال الآتية ثم أكمل

(١) أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة م ، نق = ٤سم ، ق(∠ب أ م) = ٣٠° فإن أب = ... سم

(٢) في الشكل المقابل: م دائرة ، ق(∠أ م ب) = ١٣٠° فإن: ق(∠أ ب جـ) = ... °

(٣) في الشكل المقابل: ق(س ع⌒) = ٧٠° ، ق(ص ن⌒) = ٣٠° فإن: ق(∠هـ) = ... °

(٤) ب جـ = ... سم

(٥) ق(∠م) = ... °

(٦) ق(أ جـ⌒) + ق(ب د⌒) = ... °

(٧) ق(∠د جـ أ) = ... °

(٨) أ ب = ... سم

(٩) ق(∠أ جـ د) = ... °

(١٠) في الشكل المقابل: د هـ مماس للدائرة عند ب فإن ق(∠جـ) = ... °

(١١) ق(∠د هـ ب) = ... °

(١٢) ق(∠ب جـ و) = ... °

(١٣) ب جـ = ... سم

(١٤) ق(∠أ) = ... °

(١٥) ق(∠ب أ د) = ... °

٢ في الشكل المقابل :
م دائرة نصف قطرها ٥ سم ، س ص = ١٢ سم ، م ص ∩ الدائرة = {ع} ، ع ص = ٨ سم أثبت أن س ص مماس للدائرة عند س

٣ في الشكل المقابل :
أ ب قطر في الدائرة م ،
حـ و مماس للدائرة عند جـ ،
ء هـ ⊥ أ ب أثبت أن :
١) الشكل أ ء هـ حـ رباعي دائري ٢) و هـ = و جـ

٤ في الشكل المقابل :
أ ء مماس للدائرة م ،
أ ب يقطع الدائرة م في
ب ، حـ ، هـ منتصف ب حـ
ق(∠أ) = ٥٦° ، أوجد ق(∠ء م هـ)

٥ في الشكل المقابل :
إذا كان : أ ب = أ حـ ،
م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ
أثبت أن : ء س = هـ ص

٦ في الشكل المقابل :
أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان
عند ب ، حـ
، ق(∠أ) = ٥٠° ،
ق(∠حـ ء هـ) = ١١٥°
أثبت أن : ١) ب حـ ينصف ∠أ ب هـ
٢) حـ ب = حـ هـ


٧ في الشكل المقابل :
أ ب ، أ حـ وتران في الدائرة م .
ء ، هـ منتصفا أ ب ، أ حـ على
الترتيب ، ق(∠ب أ حـ) = ١٢٠° .
أثبت أن △ س ص م متساوي الأضلاع

٨ في الشكل المقابل :
أ ب حـ مثلث مرسوم داخل الدائرة
، أ س مماس للدائرة عند أ ، ء ∈ أ ب
، هـ ∈ أ حـ بحيث ء هـ // ب حـ أثبت أن :
أ س مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ء هـ


٩ في الشكل المقابل :
أ ب حـ ء شكل رباعي فيه :
أ ب = أ ء ، ق(∠أ ب ء) = ٣٥°
ق(∠جـ) = ٧٠° ، أثبت أن :
الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

١٠ في الشكل المقابل : أ ب قطر في
الدائرة م ، أ حـ وتر فيها ، هـ منتصف أ حـ
رسم ب ء مماساً للدائرة يقطع أ حـ في ء
رسم هـ م يقطع الدائرة في س أثبت أن :
الشكل م هـ ء ب رباعي دائري ق(∠ء) = ٢ق(∠ء م س)

١١ في الشكل المقابل :
م ، ن دائرتان متقاطعتان
في أ ، ب ، م ن ∩ أ ب = {ء} ، جـ
، س منتصف ب حـ ، ن ص ⊥ هـ و
م س = م ء ، ن ص = ن ء
أثبت أن ب حـ = هـ و



إعداد عبد الفتاح جمعة
هندسة ٣ع ت ٢
ساعتان قبل الامتحان
١٢ في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متطابقتان ومتقاطعتان في أ ، ب فإذا كان : م أ = ٥ سم ، أ ب = ٦ سم أوجد طول م ن
١٣ في الشكل المقابل : أ ب حـ Δ مرسوم داخل الدائرة م ، م ء ⊥ ب حـ ، م هـ ⊥ أ حـ اثبت أن : هـ ء // أ ب ، محيط Δ حـ ء هـ = ½ محيط Δ أ ب حـ
١٤ في الشكل المقابل : أ ب قطر ، أ حـ مماس ، ن منتصف ء ب ، أ حـ = ٩ سم ب م = ٦ سم أوجد طول كل من : ب حـ ، أ ء ، م ن
١٥ في الشكل المقابل : أ س ينصف ∠ ب أ حـ ، ء ص ينصف ∠ ب ء حـ اثبت أن الشكل أ س ص ء رباعي دائري
١٦ في الشكل المقابل : أ ب قطر في الدائرة م ، ق(أ حـ) = ق(حـ ء) = ق(ء ب) أوجد : ق(∠ حـ م ء) ، ق(∠ حـ هـ ء)
١٧ في الشكل المقابل : أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة ، ء حـ = حـ هـ اثبت أن : أ هـ = ب حـ
١٨ في الشكل المقابل : أ ء ، ب ء قطعتان مماستان للدائرة م عند النقطتين أ ، ب حيث أ ب = أ حـ ، اثبت أن أ حـ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء
١٩ في الشكل المقابل : دائرتان متحدتا المركز م ، أ ب وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في حـ ، ء اثبت أن أ حـ = ء ب
٢٠ في الشكل المقابل م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ١٠ سم ، ٦ سم على الترتيب ومتماستان من الداخل في أ ، أ ب مماس مشترك لهما عند أ . إذا كانت مساحة Δ ب م ن = ٢٤ سم² أوجد طول أ ب
٢١ في الشكل المقابل : إذا كان ق(∠ ب حـ ء) = ق(∠ ب م ء) = ٢ س° أوجد بالبرهان : ق(∠ أ)
٢٢ أوجد قياس القوس الذي يمثل ⅓ قياس الدائرة ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم . (π = ٢٢/٧)
٢٣ اذكر حالتان يكون فيهما الشكل رباعيًا دائريًا .
٢٤ في الشكل المقابل : أ ب // حـ ء ، اثبت أن ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ حـ هـ ب)
موفقين بإذن الله
٦



ساعتان قبل الامتحان هندسة ٣ع ت ٢

إعداد / عبد الفتاح جمعة

أولاً: (١) قائمة (٢) ٤سم (٣) ١٥° (٤) ٤ (٥) ١٠٥ (٦) ١ (٧) ١٢٠ (٨) ١:٢ (٩) ٦٠ (١٠) حادة (١١) ٣ (١٢) مستطيل (١٣) ٨٠ (١٤)]٣، ٧[(١٥) ١٢٠ (١٦) ٦٠ (١٧) صفر (١٨) ٢ نق (١٩) منصفات زواياه (٢٠) ٢٢ (٢١) ٣ (٢٢) متقاطعان (٢٣) وتر ومحاكاة (٢٤) خارجها (٢٥) يساوي (٢٦) متوازيان (٢٧) م ن (٢٨) ٤ (٢٩) متطابقان (٣٠) متماسان (٣١) قاطعاً (٣٢) الوتر (٣٣) ١٣٥ (٣٤) صفر (٣٥) عدد لانهائي (٣٦) ٦٠

ثانياً: (١) ٤ (٢) ٢م١ (٣) ٢٠ (٤) متوازيان (٥) ٦ (٦) ٢٤ (٧) المربع (٨) ٨ (٩) > (١٠) متساويين في القياس (١١) ١:٢ (١٢) ٧٠ (١٣) ١٠٠ (١٤) مستطيل (١٥) ⊥ (١٦) لانهائي (١٧) ٣ (١٨) ٦ (١٩) ١٠ (٢٠) ٨ (٢١) (٦، ٤) (٢٢) م

١ (١) ٣٧٤ (٢) ١١٥ (٣) ٢٠ (٤) ٧ (٥) ١٢٠ (٦) ١٨٠ (٧) ١١٥ (٨) ١٢ (٩) ٤٠ (١٠) ٤٠ (١١) ٨٠ (١٢) ٦٠ (١٣) ٤ (١٤) ٤٠ (١٥) ٢٠

٢ في الدائرة م ∵ م ع = م هـ = ٥ سم (نق)، ∴ م ص = ١٣
في Δ م ص س: (م ص)² = ١٦٩، (م س)² = ٢٥، (س ص)² = ١٤٤
∴ ق(∠س) = ٩٠° ، م س ⊥ س ص ∴ س ص مماس للدائرة عند س

٣ ∵ أ ب قطر الدائرة م ∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠° ← ①
∵ د هـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ هـ د) = ٩٠° ← ②
من ①، ② الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري (أولاً)
∴ ق(∠أ) = ق(∠جـ هـ و)
∴ ق(∠أ) = ق(∠ب جـ و) (محيطية ومماسية مشتركتان في ب جـ)
∴ ق(∠جـ هـ و) = ق(∠ب جـ و) ∴ و هـ = و جـ (ثانياً)

٤ ∵ أ د مماس للدائرة عند د، م د = نق ∴ ق(∠أ د م) = ٩٠°
∵ هـ منتصف ب جـ ∴ م هـ ⊥ ب جـ ∴ ق(∠أ هـ م) = ٩٠°
∴ الشكل أ د م هـ رباعي دائري ← ق(∠د م هـ) = ١٢٤°

٥ ∵ أ ب = أ جـ، م د ⊥ أ ب، م هـ ⊥ أ جـ
∴ م د = م هـ ← ①، ∵ م س = م ص = نق ← ②
بطرح ① من ② ينتج أن د س = هـ ص

٦ ∵ أ ب، أ جـ مماستان للدائرة ∴ أ ب = أ جـ
في Δ أ ب جـ: ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = ٦٥° ← ①
∵ الشكل ب جـ د هـ رباعي دائري
∴ ق(∠د ب هـ) = ١٨٠ − ١١٥ = ٦٥° ← ②
من ①، ② ب جـ ينصف ∠أ ب هـ (أولاً)
∴ ق(∠ب هـ جـ) محيطية = ق(∠أ ب جـ) مماسية = ٦٥°
∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠ب هـ جـ) ∴ جـ ب = جـ هـ

٧ ∵ د منتصف أ ب ∴ م د ⊥ أ ب
∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ
∴ الشكل أ د م هـ رباعي دائري ← ق(∠د م هـ) = ٦٠°
∵ ص هـ ∩ س د = {م}
∴ ق(∠س م ص) = ق(∠د م هـ) = ٦٠° بالتقابل بالرأس
∵ م س = م ص = نق ∴ Δ س ص م متساوي الأضلاع

٨ ∵ د هـ // ب جـ، القاطع أ جـ ∴ ق(∠أ هـ د) = ق(∠جـ) بالتناظر
∵ ق(∠ب أ س) المماسية = ق(∠جـ) المحيطية
∴ ق(∠أ هـ د) = ق(∠د أ س) ∴ أ س مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ د هـ

٩ في Δ أ ب د
∵ أ د = أ ب ∴ ق(∠أ ب د) = ق(∠أ د ب) ∴ ق(∠أ) = ١١٠°
∵ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠° ∴ أ ب جـ د رباعي دائري

١٠ ∵ هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ
∵ ب د مماس، م ب = نق ∴ م ب ⊥ ب د
∵ ق(∠م هـ د) + ق(∠م ب د) = ١٨٠° ∴ م هـ د ب رباعي دائري
ومن الرباعي الدائري: ق(∠د) = ق(∠ب م س) ← ①
∵ ق(∠ب م س) المركزية = ٢ق(∠ب أ س) المحيطية ← ②
من ①، ② ينتج أن ق(∠د) = ٢ ق(∠ب أ س)

١١ ∵ م ن خط المركزين، أ ب وتر مشترك ∴ م ن ⊥ أ ب
في الدائرة م
∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ
∵ م س ⊥ ب جـ، م د ⊥ أ ب، م س = م د
∴ ب جـ = أ ب
في الدائرة ن
∵ ن ص ⊥ هـ و، ن د ⊥ أ ب، ن ص = ن د
∴ هـ و = أ ب ∴ ب جـ = هـ و

١٢ ∵ $\overline{أب}$ وتر مشترك ، م ن خط المركزين

∴ $\overline{أب}$ ⊥ م ن　∴ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠°

في △ أ حـ م　∵ ق(∠ أ حـ ب) = ٩٠°

∴ م حـ = $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = ٤ سم　　م ن = ٢ م هـ = ٨ سم

---

١٣ ∵ $\overline{مء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$　∴ ء منتصف $\overline{ب حـ}$ (١)

∵ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$　∴ هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ (٢)

في △ أ ب حـ

∵ ء ، هـ منتصفات $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب　∴ ء هـ // $\overline{أ ب}$ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) محيط △ حـ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ محيط △ أ ب حـ

---

١٤ ∵ $\overrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة ، $\overline{م أ}$ نق　∴ $\overline{م أ}$ ⊥ $\overline{أ حـ}$

في △ أ حـ ب

∵ ق(∠ أ) = ٩٠°　∴ ب حـ = $\sqrt{٩^٢ + ١٢^٢}$ = ١٥ سم

في الدائرة م　∵ $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة

∴ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°　(وبتطبيق نظرية إقليدس)

أ ء = $\frac{١٢ \times ٩}{١٥}$ = ٧,٢ سم

في △ أ ء ب　∵ م ، ن منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ء ب}$ على الترتيب

∴ م ن = $\frac{١}{٢}$ أ ء = ٣,٦ سم

---

١٥ ∵ ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ ب ء حـ) محيطيتان مرسومتان على $\widehat{ب حـ}$

∴ $\frac{١}{٢}$ ق(∠ ب أ حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ ب ء حـ)

∴ ق(∠ ب س ص) = ق(∠ ب ص س)

وهما مرسومتان على القاعدة س ص

∴ أ س ص ء رباعي دائري

---

١٦ ∵ $\overline{أ ب}$ قطر للدائرة ، ق($\widehat{أ حـ}$) = ق($\widehat{حـ ء}$) = ق($\widehat{ء ب}$)

∴ ق($\widehat{حـ ء}$) = ٦٠° = ق(∠ حـ م ء)

ق(∠ حـ هـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق($\widehat{حـ ء}$) = ٣٠°

---

١٧ ∵ أ ب حـ ء مستطيل　∴ أ ب = ء حـ ، ق($\widehat{أ ب}$) = ق($\widehat{ء حـ}$)

∵ ء حـ = حـ هـ　∴ ق($\widehat{ء حـ}$) = ق($\widehat{حـ هـ}$)

∴ ق($\widehat{أ ب}$) = ق($\widehat{حـ هـ}$)　وبإضافة ب هـ للطرفين

ينتج أن ق($\widehat{أ هـ}$) = ق($\widehat{ب حـ}$)

∴ أ هـ = ب حـ

---

١٨ ∵ $\overrightarrow{ء أ}$ ، $\overrightarrow{ء ب}$ مماسان للدائرة　∴ ء أ = ء ب

∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ ء ب أ)

في △ أ ب حـ　∵ أ ب = أ حـ　∴ ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ حـ ب)

∵ ق(∠ ء أ ب) المماسية = ق(∠ أ حـ ب) المحيطية

∴ ق(∠ ء ب أ) = ق(∠ أ ب حـ)　∴ ق(∠ ء) = ق(∠ ب أ حـ)

∴ $\overrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب ء

---

١٩ نرسم $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$

في الدائرة الكبرى

∵ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$　∴ هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ، أ هـ = ب هـ

في الدائرة الصغرى

∵ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{حـ ء}$　∴ هـ منتصف $\overline{حـ ء}$ ، حـ هـ = هـ ء

بالطرح ينتج أن أ حـ = ء ب

---

٢٠ ∵ الدائرتان متماستان من الداخل　∴ م ن = ١٠ - ٦ = ٤ سم

∵ ق. △ ب م ن = $\frac{١}{٢}$ × م ن × أ ب

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × أ ب　أ ب = ١٢ سم

---

٢١ ∵ ق(∠ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق($\widehat{ب ء}$) = س ، أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ أ) + ق(∠ حـ) = ١٨٠°

س + ٢ س = ١٨٠°

٣ س = ١٨٠°　س = ٦٠°

---

٢٢ قياس القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٣٦٠ = ١٢٠°

طول القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢١ = ٤٤ سم

---

٢٣ (١) إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس ومرسومتان على ضلع من أضلاعه كقاعدة وفي جهة واحدة من هذا الضلع

(٢) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان

---

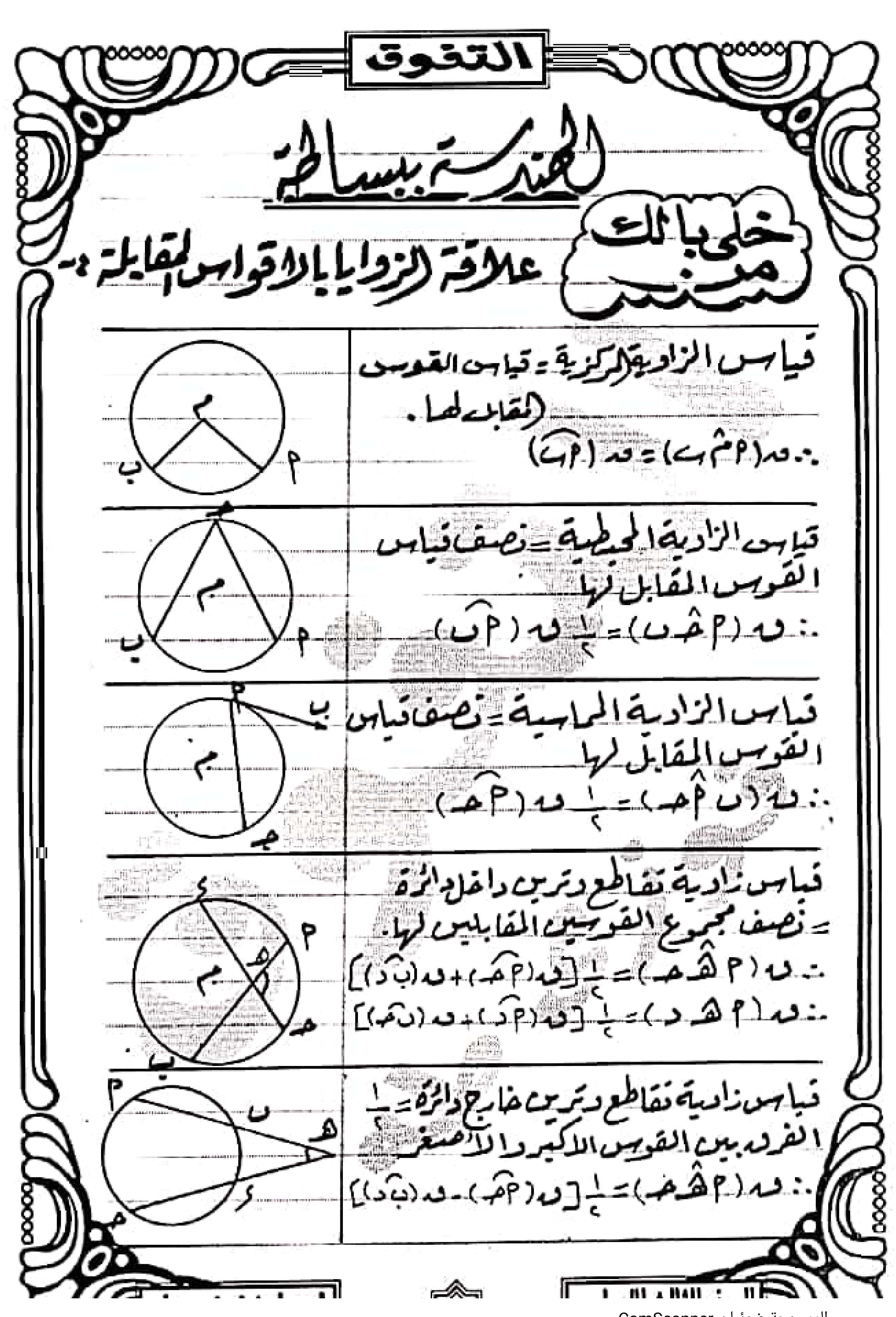
٢٤ ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$　∴ ق($\widehat{أ حـ}$) = ق($\widehat{ب ء}$)

∴ ق(∠ أ هـ حـ) = ق(∠ ب هـ ء)　بإضافة ق(∠ حـ هـ ء) للطرفين

∴ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ حـ هـ ب)

الخطأ وارد والكمال لله وحده

موفقين بإذن الله

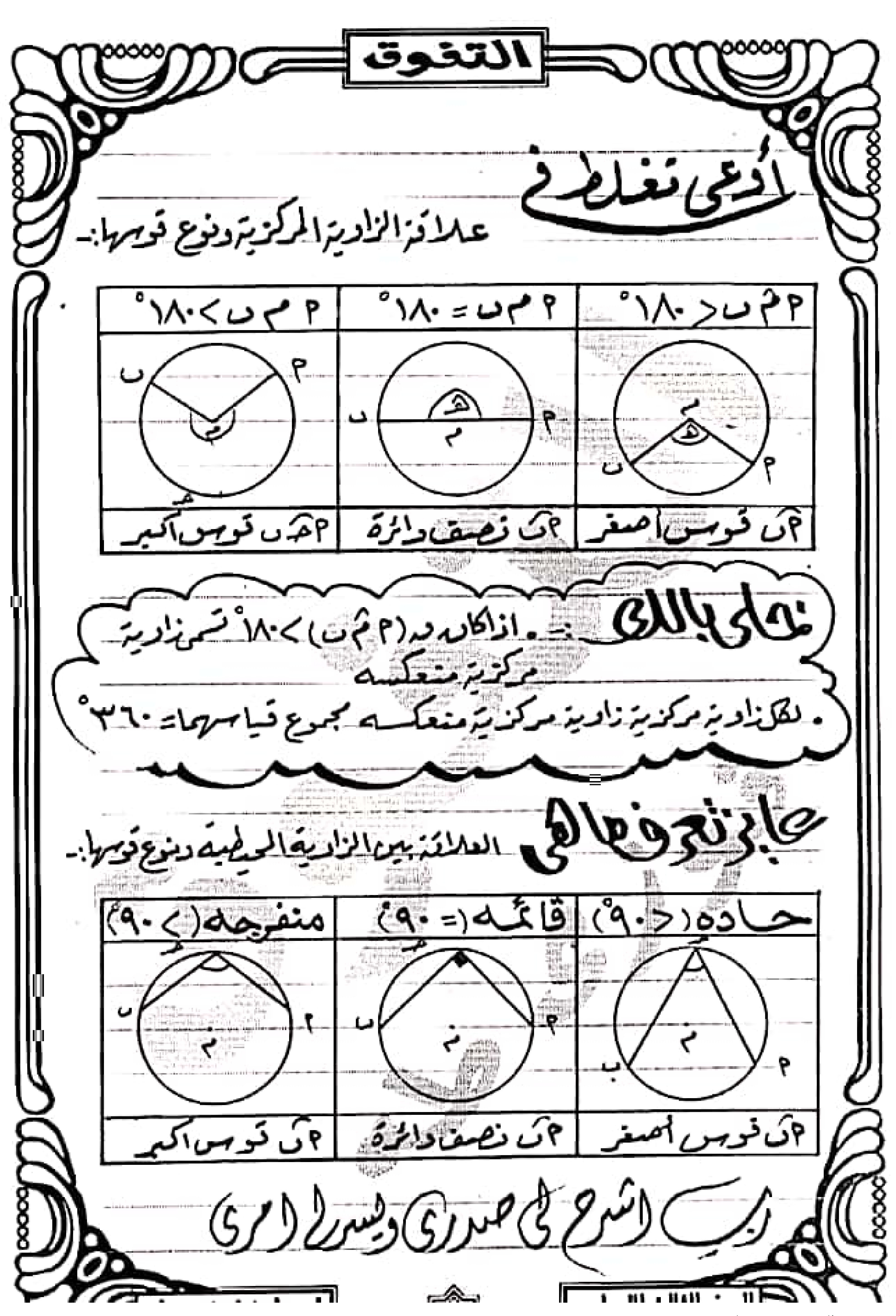


الهندسة ببساطة

خلي بالك منه

علاقة الزوايا بالأقواس المقابلة :-

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها. ∴ ق(∠ أ م ب) = ق(⌒ أ ب)	(دائرة مركزها م، والنقطتان أ ، ب)
قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس المقابل لها ∴ ق(∠ أ جـ ب) = ½ ق(⌒ أ ب)	(دائرة مركزها م، والنقاط أ ، ب ، جـ)
قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس المقابل لها ∴ ق(∠ ب أ جـ) = ½ ق(⌒ أ جـ)	(دائرة مركزها م، والنقاط أ ، ب ، جـ)
قياس زاوية تقاطع وترين داخل دائرة = نصف مجموع القوسين المقابلين لها. ∴ ق(∠ أ هـ جـ) = ½ [ق(⌒ أ جـ) + ق(⌒ ب د)] ∴ ق(∠ أ هـ د) = ½ [ق(⌒ أ د) + ق(⌒ ب جـ)]	(دائرة مركزها م، والنقاط أ ، ب ، جـ ، د ، هـ)
قياس زاوية تقاطع وترين خارج دائرة = ½ الفرق بين القوس الأكبر والأصغر ∴ ق(∠ أ هـ جـ) = ½ [ق(⌒ أ جـ) − ق(⌒ ب د)]	(دائرة والنقاط أ ، ب ، جـ ، د ، هـ)



التفوق

أوعى تغلط في

علاقة الزاوية المركزية ونوع قوسها:-

ق(∠ ا م ب) < ١٨٠°	ق(∠ ا م ب) = ١٨٠°	ق(∠ ا م ب) > ١٨٠°
ا ب قوس أصغر	ا ب نصف دائرة	ا جـ ب قوس أكبر

خلي بالك

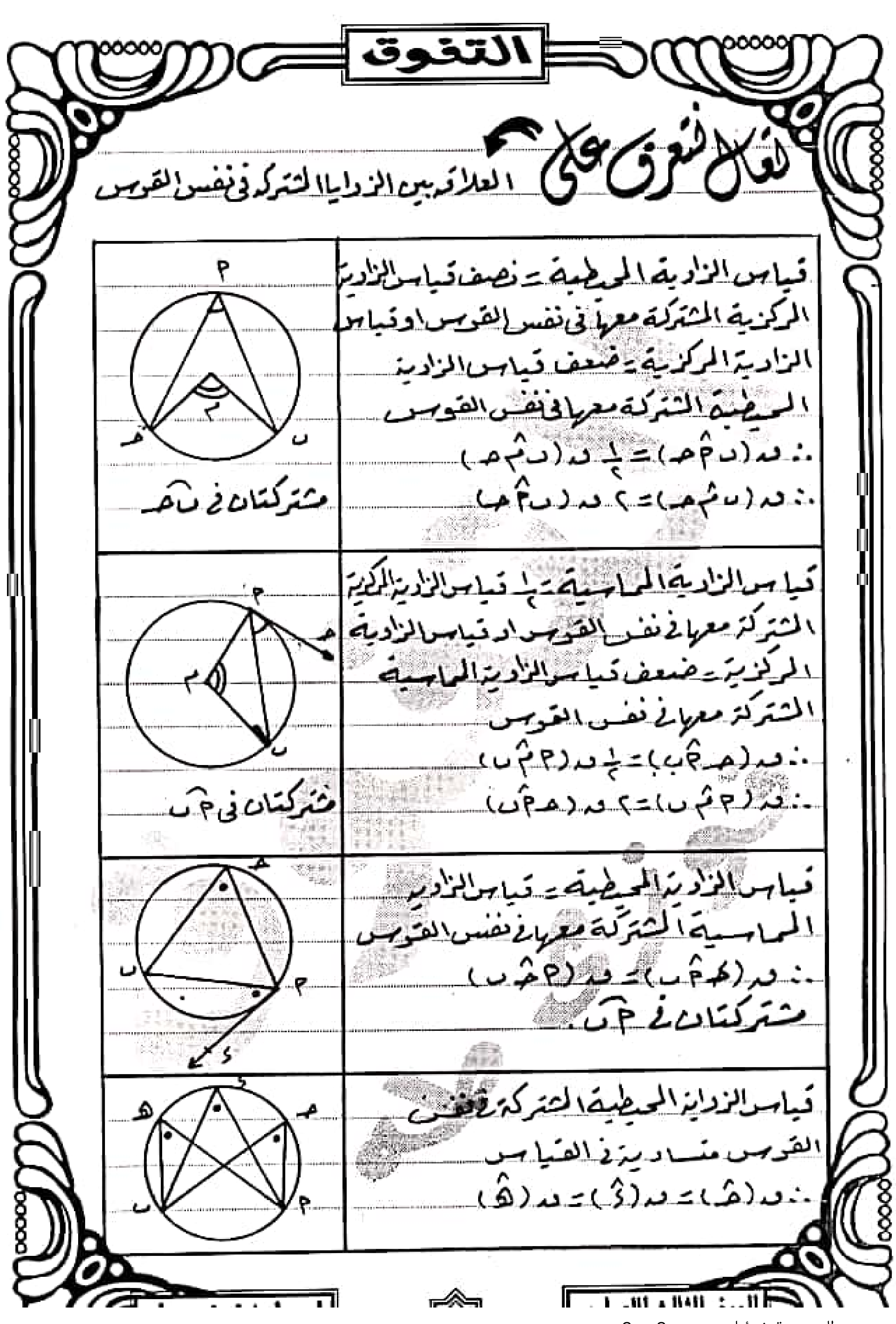
- إذا كان ق(∠ ا م ب) > ١٨٠° تسمى زاوية مركزية منعكسة
- لكل زاوية مركزية زاوية مركزية منعكسة مجموع قياسهما = ٣٦٠°

عايز تعرفها هي

العلاقة بين الزاوية المحيطية ونوع قوسها:-

حادة (< ٩٠°)	قائمة (= ٩٠°)	منفرجة (> ٩٠°)
ا ب قوس أصغر	ا ب نصف دائرة	ا ب قوس أكبر

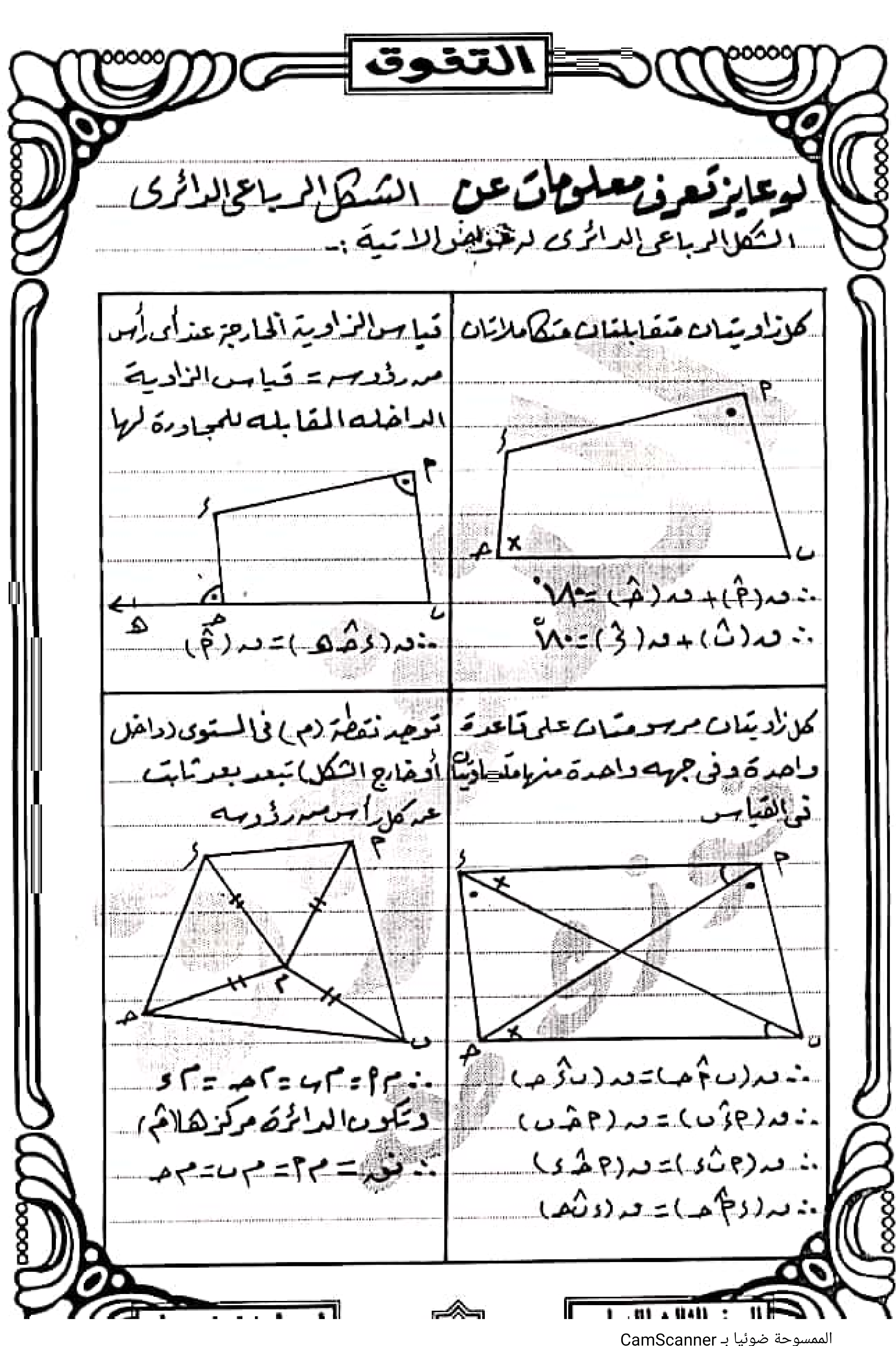
رب اشرح لي صدري ويسر لي أمري



تعال نتعرف على

العلاقة بين الزوايا المشتركة في نفس القوس

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس أو قياس الزاوية المركزية = ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس ∴ ق(ب$\hat{أ}$ج) = $\frac{1}{2}$ ق(ب$\hat{م}$ج) ∴ ق(ب$\hat{م}$ج) = ٢ ق(ب$\hat{أ}$ج)	مشتركتان في $\overset{\frown}{بج}$
قياس الزاوية المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس أو قياس الزاوية المركزية = ضعف قياس الزاوية المماسية المشتركة معها في نفس القوس ∴ ق(ج$\hat{أ}$ب) = $\frac{1}{2}$ ق(أ$\hat{م}$ب) ∴ ق(أ$\hat{م}$ب) = ٢ ق(ج$\hat{أ}$ب)	مشتركتان في $\overset{\frown}{أب}$
قياس الزاوية المحيطية = قياس الزاوية المماسية المشتركة معها في نفس القوس ∴ ق(ج$\hat{أ}$ب) = ق(أ$\hat{ج}$ب) مشتركتان في $\overset{\frown}{أب}$	
قياس الزوايا المحيطية المشتركة في نفس القوس متساوية في القياس ∴ ق($\hat{ج}$) = ق($\hat{د}$) = ق($\hat{هـ}$)	



التفوق

لو عايز تعرف معلومات عن الشكل الرباعي الدائري

الشكل الرباعي الدائري له الخواص الآتية :-

كل زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = 180°

∴ ق(∠ب) + ق(∠د) = 180°

قياس الزاوية الخارجة عند أي رأس من رؤوسه = قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

∴ ق(∠د جـ هـ) = ق(∠أ)

كل زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها متساويتان في القياس

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب د جـ)

∴ ق(∠أ د ب) = ق(∠أ جـ ب)

∴ ق(∠أ ب د) = ق(∠أ جـ د)

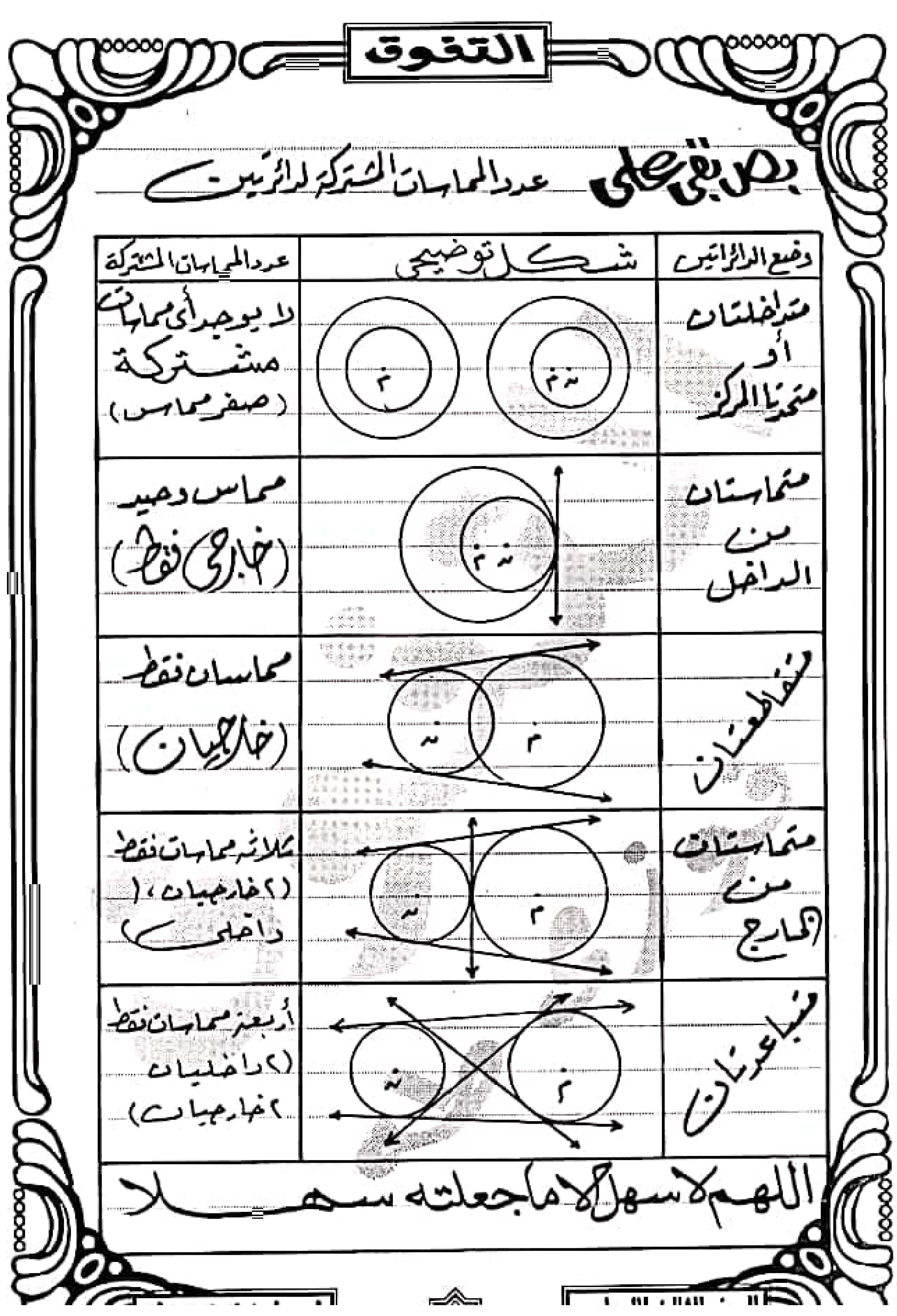
∴ ق(∠د أ جـ) = ق(∠د ب جـ)

توجد نقطة (م) في المستوى (داخل أو خارج الشكل) تبعد بعد ثابت عن كل رأس من رؤوسه

∴ م أ = م ب = م جـ = م د

وتكون الدائرة مركزها (م)

∴ نق = م أ = م ب = م جـ

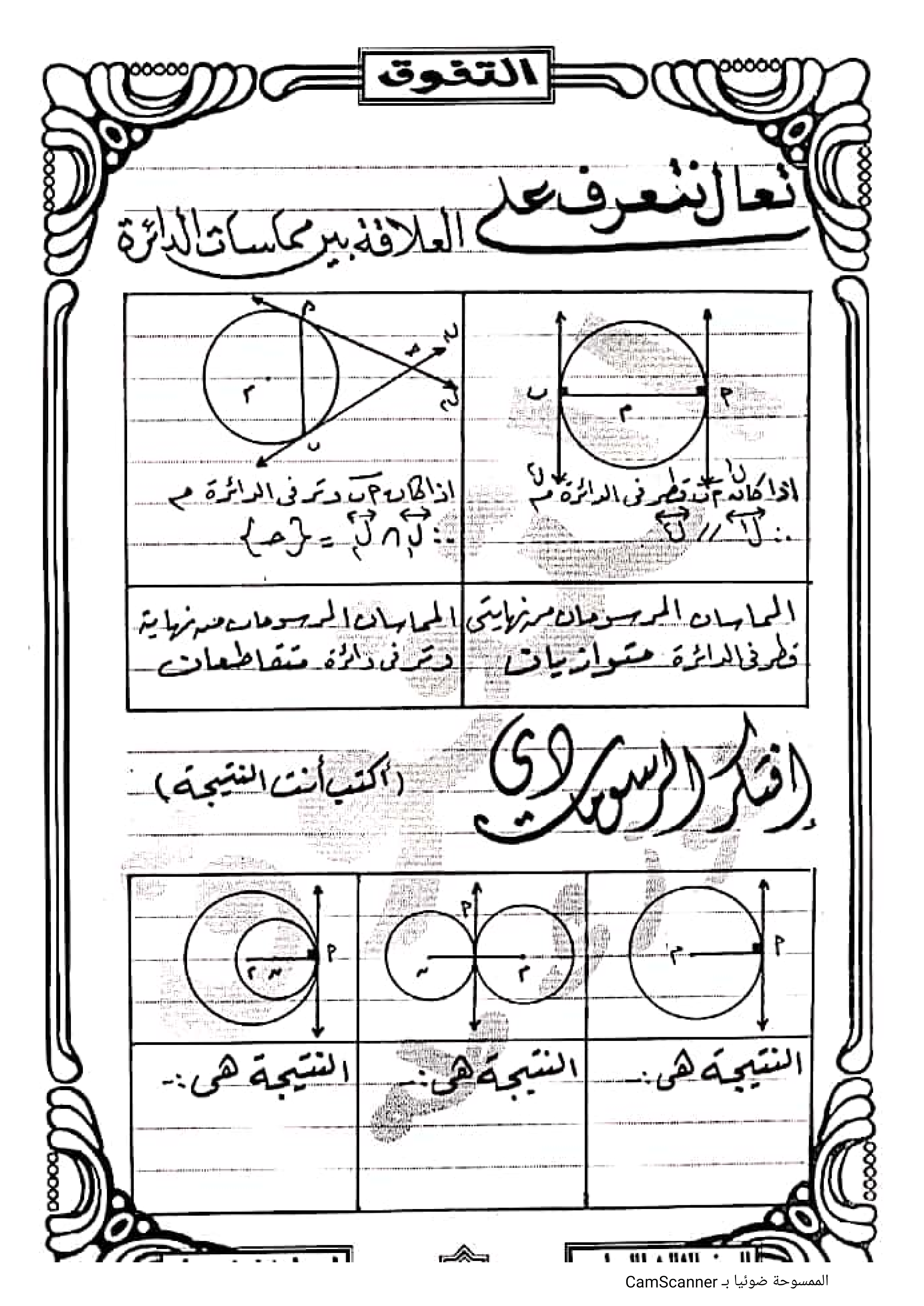


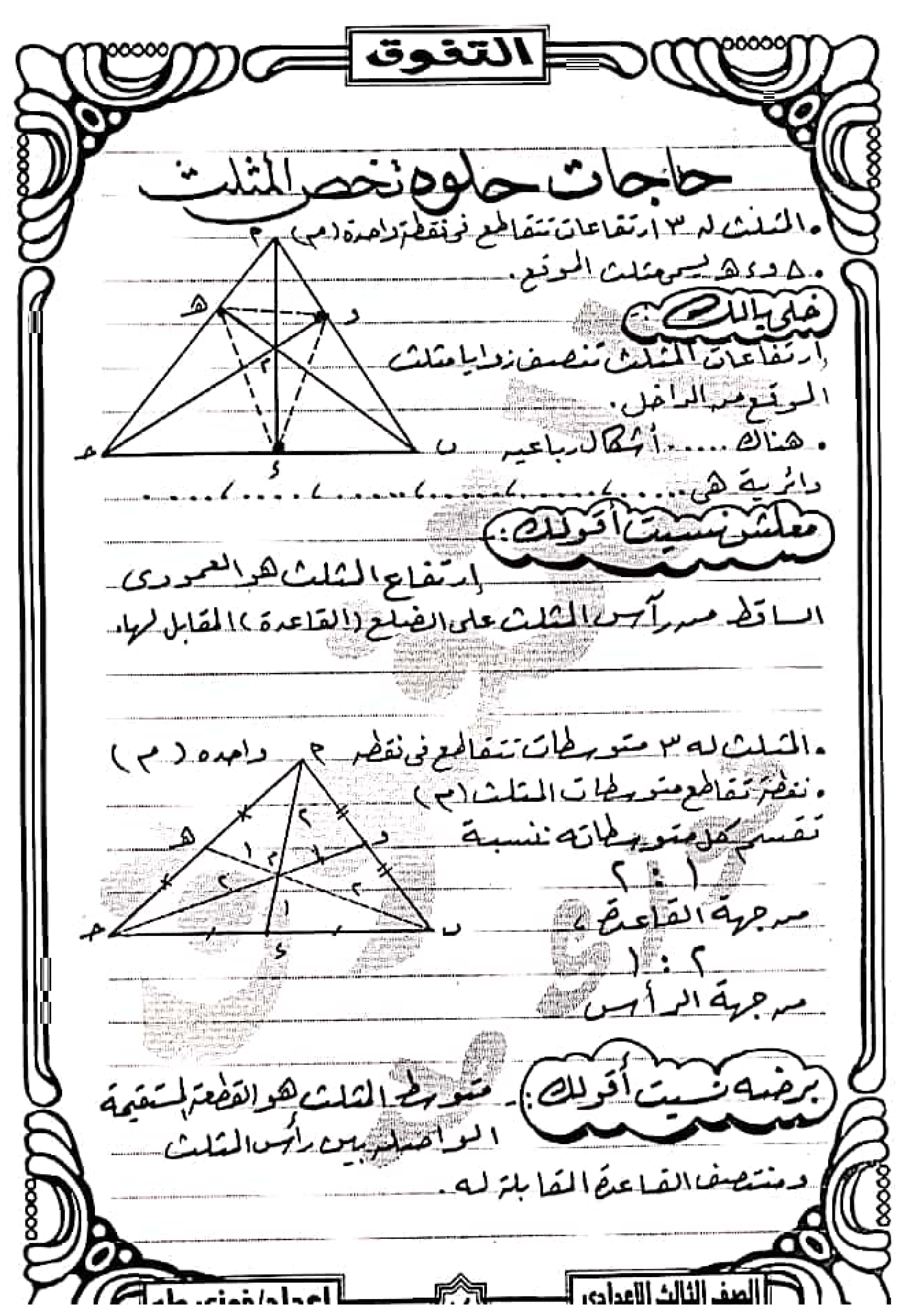
التفوق

بص بقى على عدد المماسات المشتركة لدائرتين

وضع الدائرتين	شكل توضيحي	عدد المماسات المشتركة
متداخلتان أو متحدتا المركز	م ، ن م	لا يوجد أي مماسات مشتركة (صفر مماس)
متماستان من الداخل	ن م	مماس وحيد (خارجي فقط)
متقاطعتان	ن م	مماسان فقط (خارجيان)
متماستان من الخارج	ن م	ثلاثة مماسات فقط (٢ خارجيات ، ١ داخلي)
متباعدتان	ن م	أربعة مماسات فقط (٢ داخليات ٢ خارجيات)

اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلا


التفوق
تعالى نتعرف على
العلاقة بين مماسات الدائرة
إذا كانت أب قطر فى الدائرة م
إذا كانت أب وتر فى الدائرة م
المماسات المرسومات من نهايتى قطر فى الدائرة متوازيات
المماسات المرسومات من نهاية وتر فى دائرة متقاطعات
(اكتب أنت النتيجة)
النتيجة هى :-
النتيجة هى :-
النتيجة هى :-
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



حاجات حلوه تخص المثلث

• المثلث له ٣ ارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة (م)

• △ د ؤ هـ يسمى مثلث الموقع.

خلي بالك:

ارتفاعات المثلث تنصف زوايا مثلث الموقع من الداخل.

• هناك ...... أشكال رباعية دائرية هي ...... ، ...... ، ...... ، ...... ، ...... ، ......

معلش نسيت أقولك:

ارتفاع المثلث هو العمودي الساقط من رأس المثلث على الضلع (القاعدة) المقابل لها.

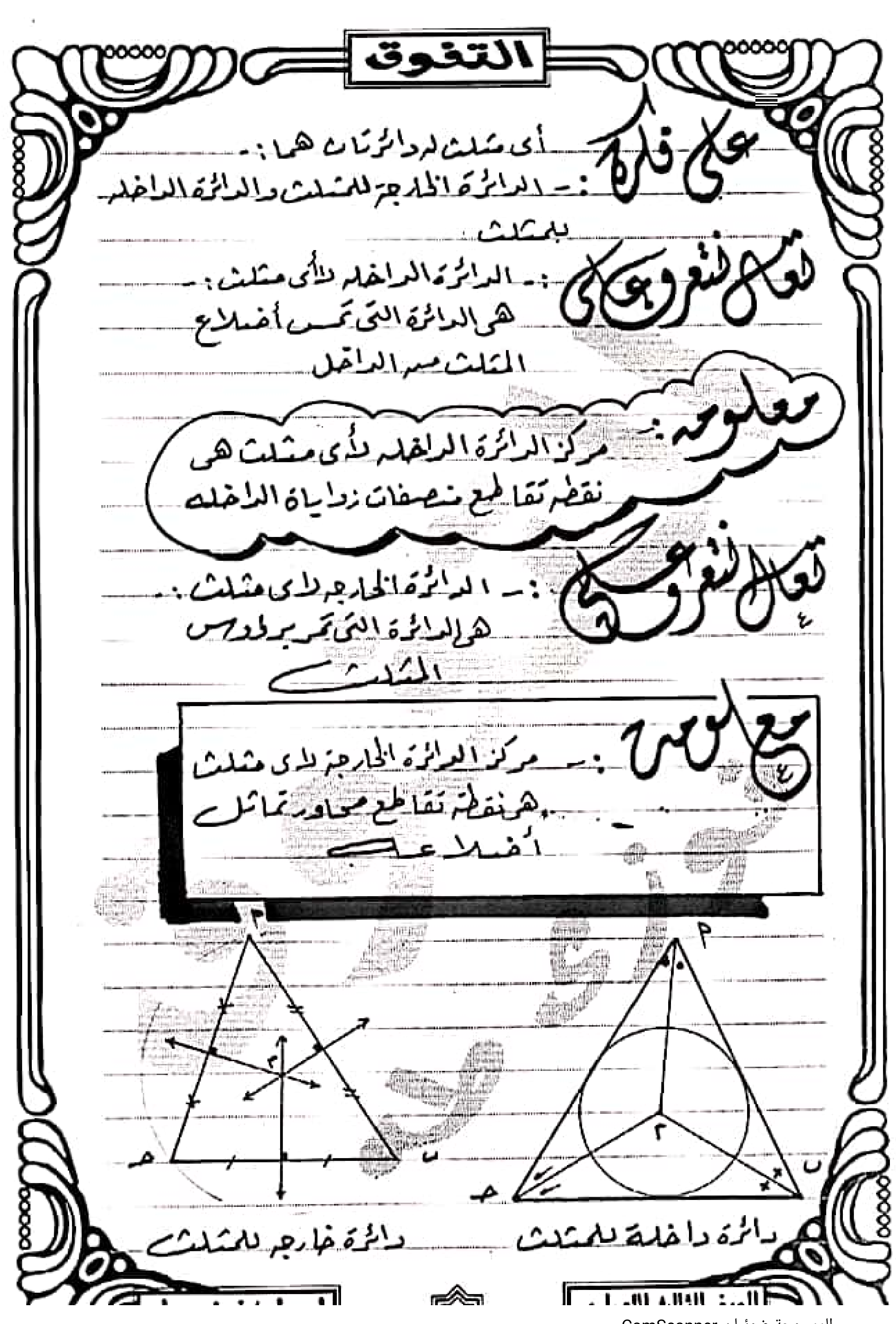
• المثلث له ٣ متوسطات تتقاطع في نقطة واحدة (م)

• نقطة تقاطع متوسطات المثلث (م) تقسم كل متوسطاته بنسبة

١ : ٢ من جهة القاعدة ،

٢ : ١ من جهة الرأس

برضه نسيت أقولك: متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس المثلث ومنتصف القاعدة المقابلة له.



التفوق

على فكرة

أى مثلث له دائرتان هما :-

- الدائرة الخارجة للمثلث والدائرة الداخلة للمثلث.

تعالى نتعرف على

- الدائرة الداخلة لأى مثلث :-

هى الدائرة التى تمس أضلاع المثلث من الداخل

معلومة

مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هى نقطة تقاطع منصفات زوايا الداخلة

تعالى نتعرف على

- الدائرة الخارجة لأى مثلث :-

هى الدائرة التى تمر برؤوس المثلث

معلومة

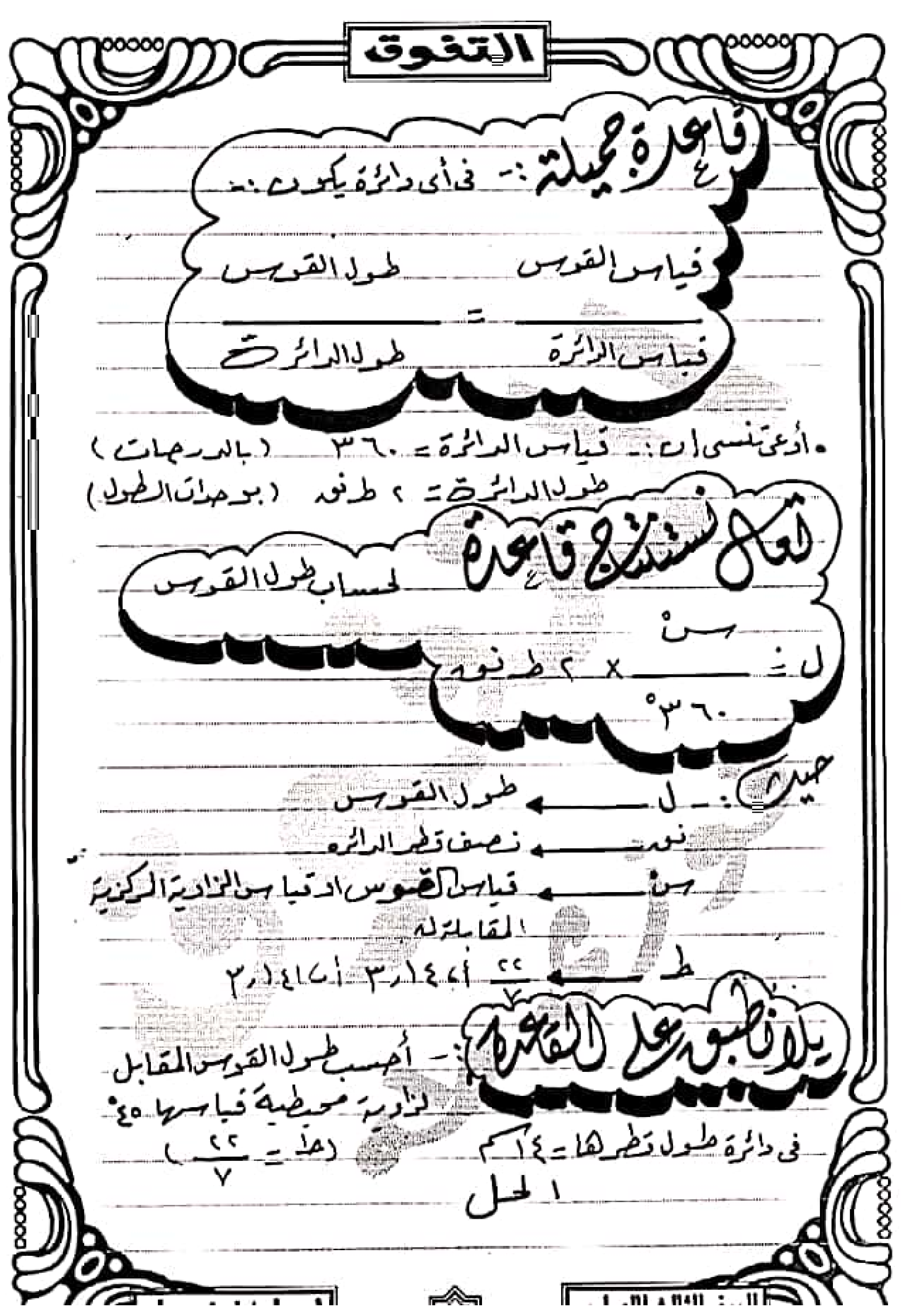
- مركز الدائرة الخارجة لأى مثلث هى نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاعه

دائرة داخلة للمثلث

دائرة خارجة للمثلث



التفوق
هقولك سر خطير
في المثلث المتساوي الأضلاع نقطة تقاطع ارتفاعاته هي نقطة تقاطع متوسطاته هي نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة هي نقطة تقاطع محاور أضلاعه.
يعني
م ء يسمى: متوسط وارتفاع ومنصف زاوية م ومحور تماثل ب جـ وكذلك ب هـ ، جـ و وتكون نقطة م هي: مركز الدائرة الداخلة وكذلك مركز الدائرة الخارجة للمثلث
كلام في سرك
طول نصف قطر الدائرة الداخلة للمثلث المتساوي الأضلاع = نصف طول نصف قطر الدائرة الخارجة له
∴ نق١ = ½ نق٢ أو نق٢ = ٢ نق١
حيث
نق١ ← نصف قطر الدائرة الداخلة في المثلث المتساوي الأضلاع
نق٢ ← " " " الخارجة " "
Sorre نسيت أقولك: محور تماثل أي ضلع هو المستقيم العمودي عليه من منتصفه



قاعدة جميلة :-

في أي دائرة يكون :-

$$\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$$

• أوعى تنسى إن :- قياس الدائرة = ٣٦٠ (بالدرجات)

طول الدائرة = ٢ ط نق (بوحدات الطول)

تعال نستنتج قاعدة لحساب طول القوس

$$ل = \frac{س}{٣٦٠} \times ٢ ط نق$$

حيث :-

ل ← طول القوس

نق ← نصف قطر الدائرة

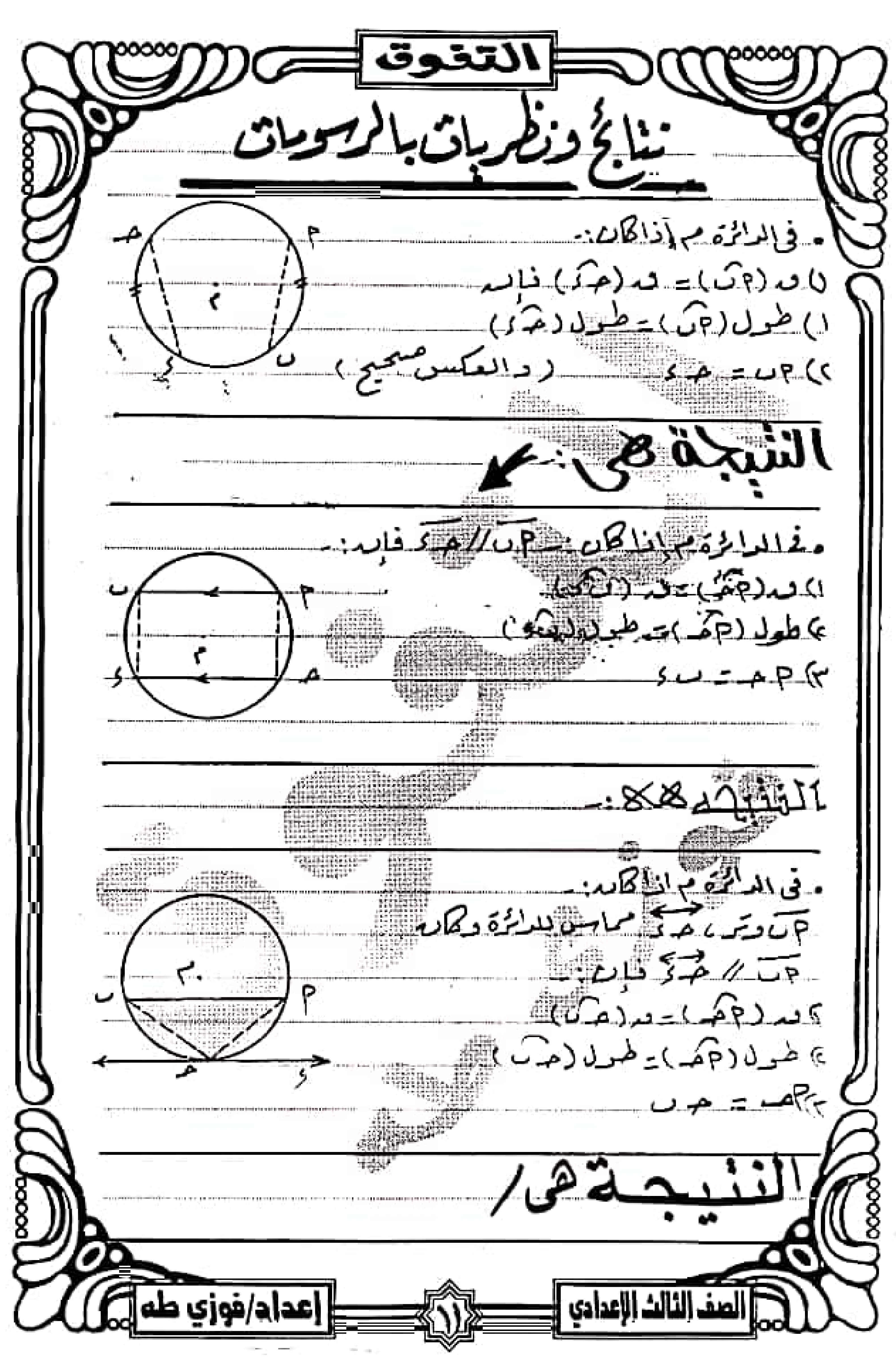
س ← قياس القوس أو قياس الزاوية المركزية المقابلة له

ط ← $\frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤ أو ٣,١٤٢ أو ٣,١٤١٦

يلا نطبق على القاعدة

:- أحسب طول القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٤٥° في دائرة طول قطرها = ١٤ سم (ط = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل



نتائج ونظريات بالرسومات

• في الدائرة م إذا كان :-

١) ق (أ ب) = ق (جـ د) فإن

١) طول (أ ب) = طول (جـ د)

٢) أ ب = جـ د (والعكس صحيح)

النتيجة هي :-

• في الدائرة م إذا كان أ ب // جـ د فإن :-

١) ق (أ جـ) = ق (ب د)

٢) طول (أ جـ) = طول (ب د)

٣) أ جـ = ب د

النتيجة هي :-

• في الدائرة م إذا كان :-

أ ب وتر ، جـ د مماس للدائرة وكان

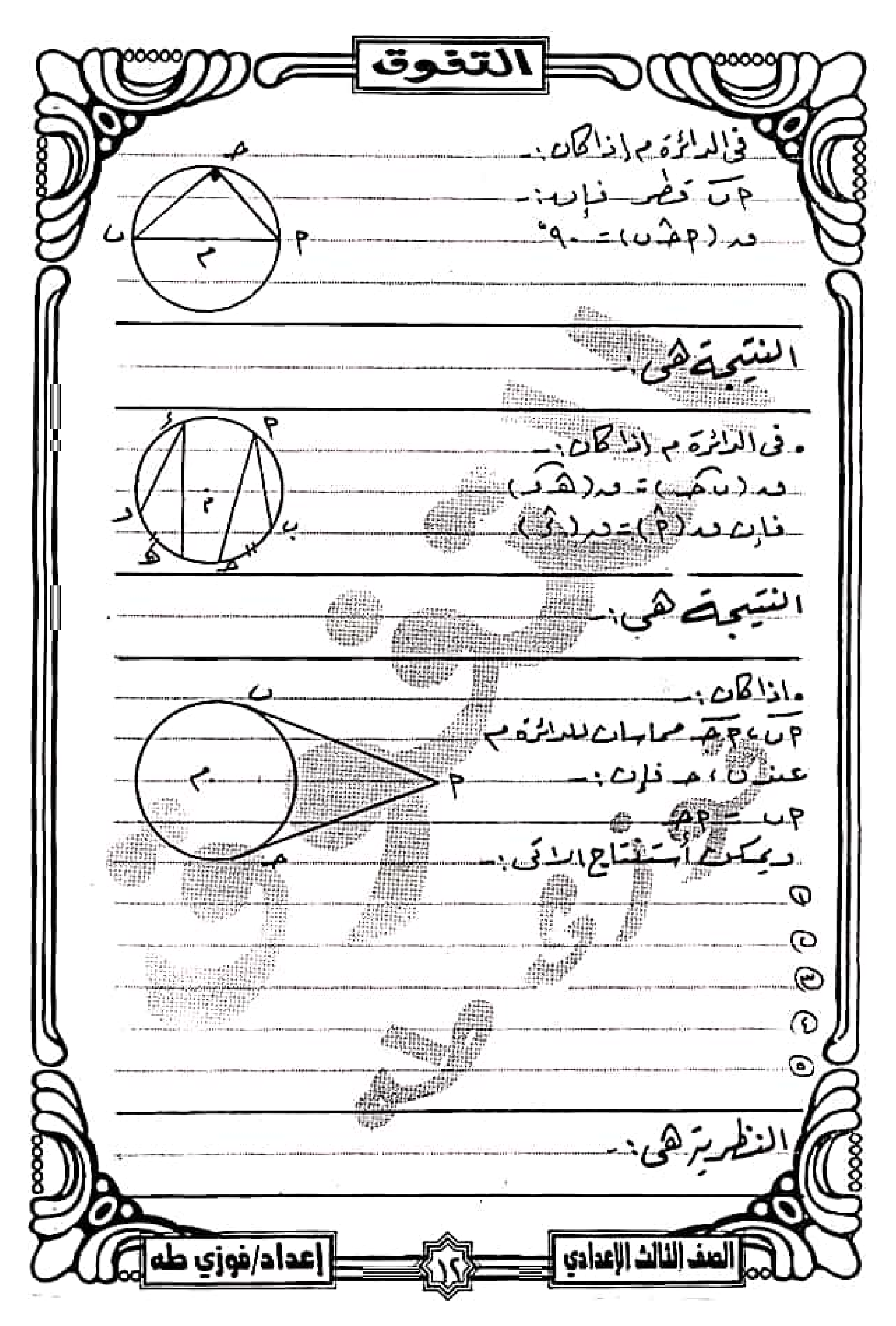
أ ب // جـ د فإن :-

١) ق (أ جـ) = ق (جـ ب)

٢) طول (أ جـ) = طول (جـ ب)

٣) أ جـ = جـ ب

النتيجة هي /



في الدائرة م إذا كان :-

$\overline{أب}$ قطر فإن :-

ق (∠ أ جـ ب) = ٩٠°

النتيجة هي :-

• في الدائرة م إذا كان :-

ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق ($\overset{\frown}{هـ و}$)

فإن ق (∠ أ) = ق (∠ د)

النتيجة هي :-

• إذا كان :-

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسات للدائرة م

عند ب ، جـ فإن :-

أب = أجـ

ويمكن استنتاج الآتي :-

١)

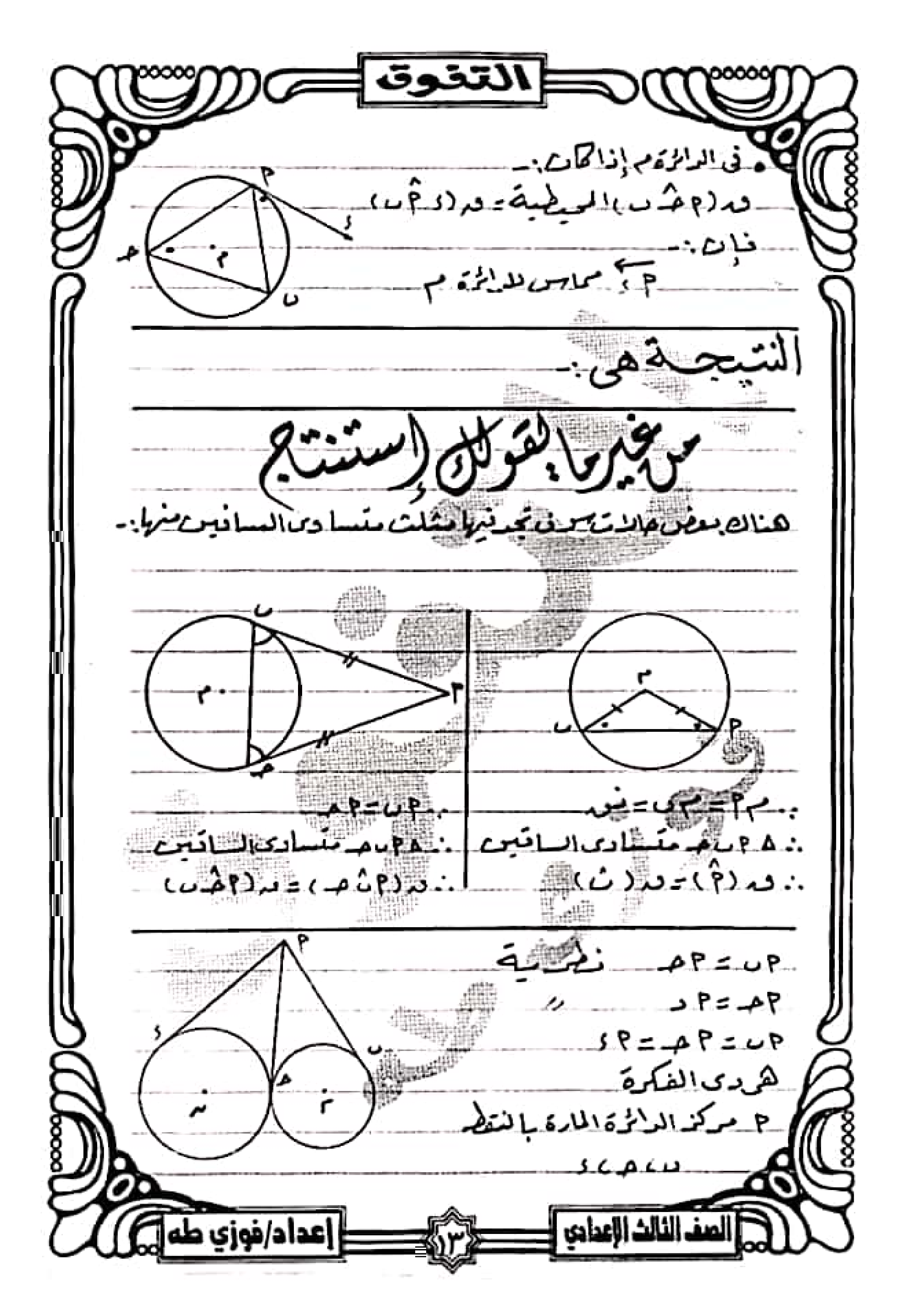
٢)

٣)

٤)

٥)

النظرية هي :-



• في الدائرة م إذا كان :-

ق (∠ أ جـ ب) المحيطية = ق (∠ د أ ب)

فإن :-

$\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة م

النتيجة هي :-

من غير ما أقولك إستنتج

هناك بعض حالات يمكن تجد فيها مثلث متساوي الساقين منها :-

∵ م أ = م ب = نق

∴ Δ م أ ب متساوي الساقين

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ ب)

∵ أ ب = أ جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوي الساقين

∴ ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ أ ب جـ)

أ ب = أ هـ نظرية

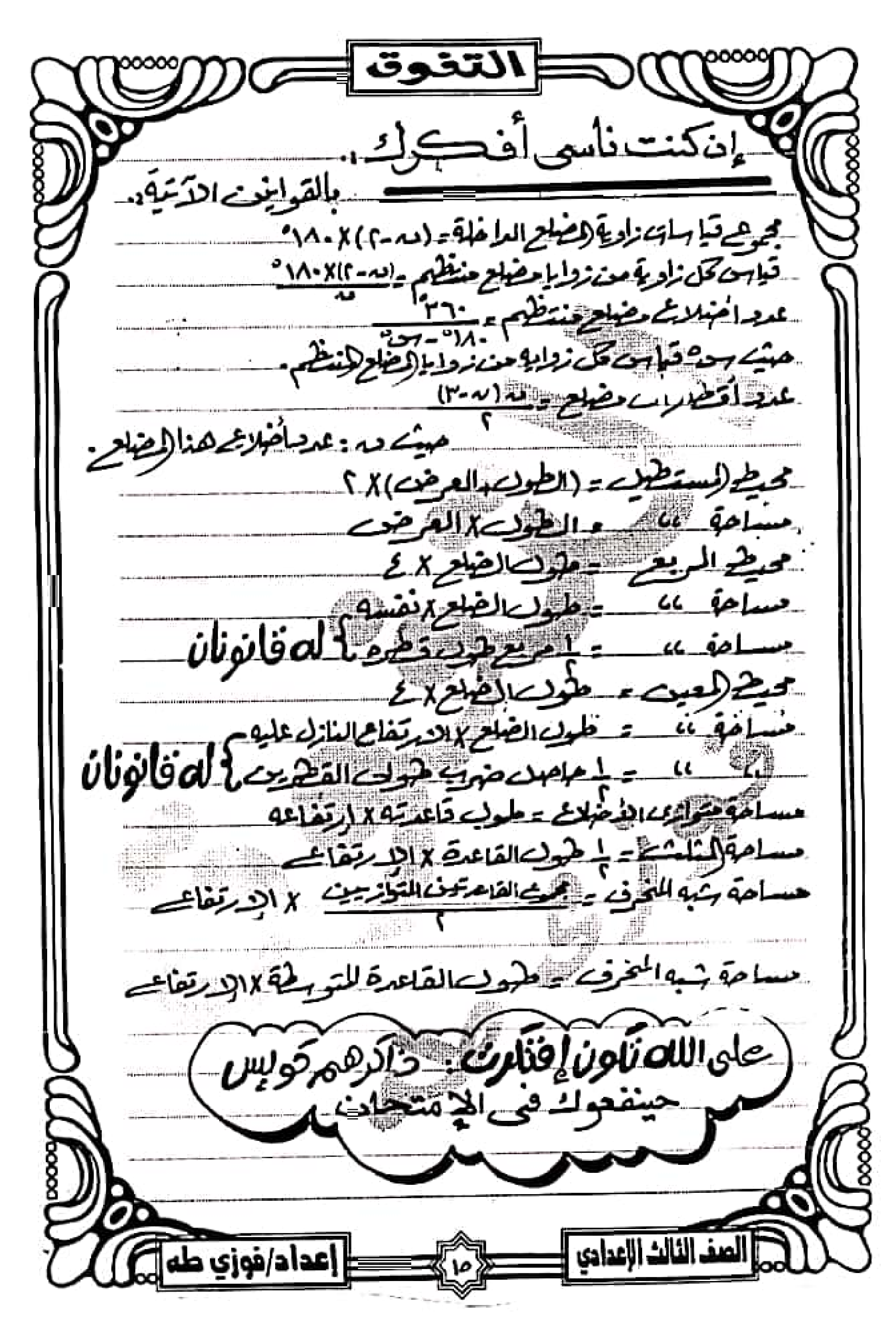
أ هـ = أ د "

أ ب = أ هـ = أ د

هي دي الفكرة

أ مركز الدائرة المارة بالنقط

ب ، هـ ، د



إن كنت ناسي أفكرك :

بالقوانين الآتية :

مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلة = (ن - ٢) × ١٨٠°

قياس كل زاوية من زوايا مضلع منتظم = $\frac{(ن-٢) \times ١٨٠°}{ن}$

عدد أضلاع مضلع منتظم = $\frac{٣٦٠°}{١٨٠° - س°}$

حيث س° قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم .

عدد أقطار مضلع = $\frac{ن (ن - ٣)}{٢}$

حيث ن = عدد أضلاع هذا المضلع .

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

مساحة " = الطول × العرض

محيط المربع = طول الضلع × ٤

مساحة " = طول الضلع × نفسه

مساحة " = ½ مربع طول قطره } له قانونان

محيط المعين = طول الضلع × ٤

مساحة " = طول الضلع × الارتفاع النازل عليه

" = ½ حاصل ضرب طولي القطرين } له قانونان

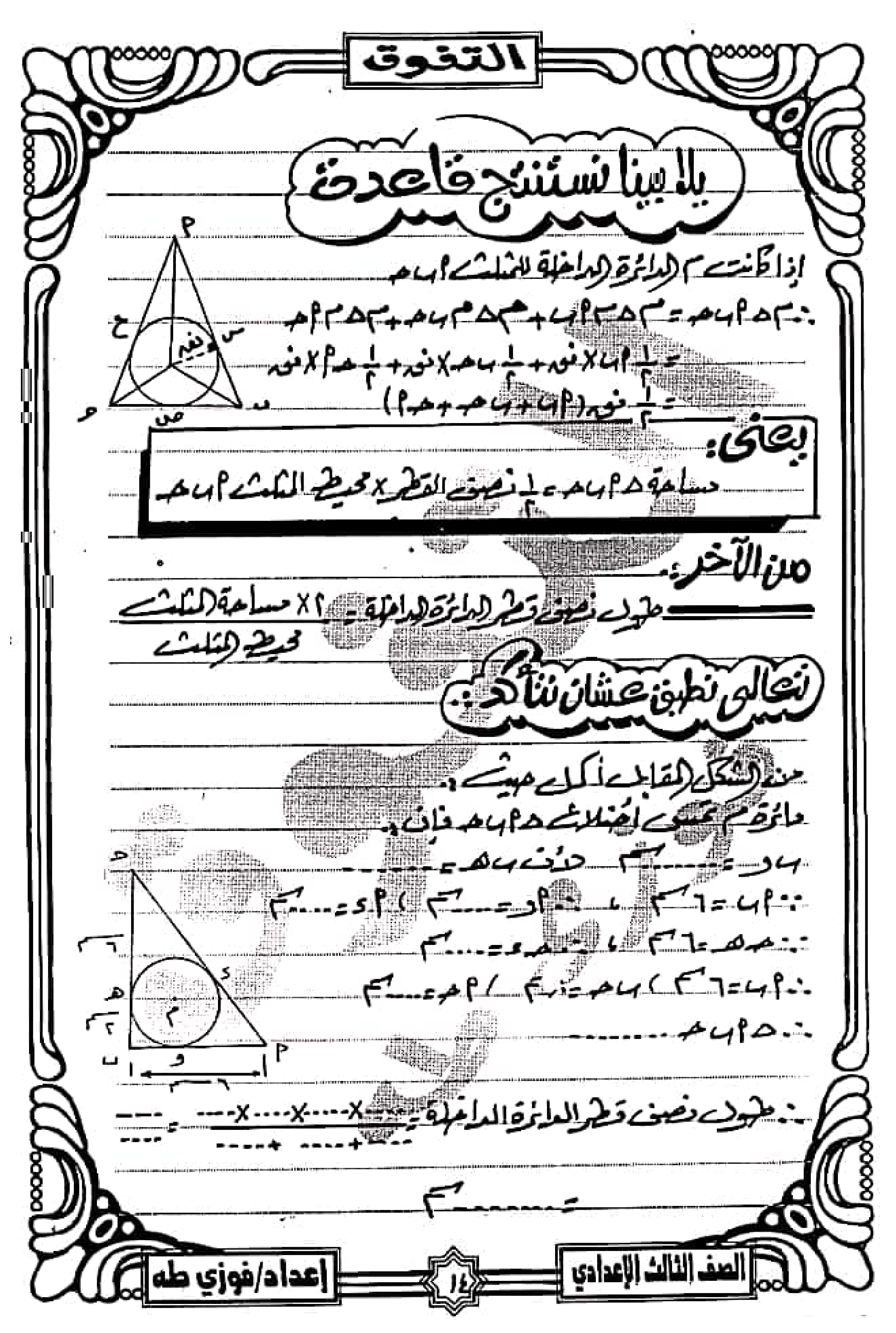
مساحة متوازي الأضلاع = طول قاعدته × ارتفاعه

مساحة المثلث = ½ طول القاعدة × الارتفاع

مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{٢}$ × الارتفاع

مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

على الله تكون إفتكرت : ذاكرهم كويس حيفرحوك في الإمتحان



يلا بينا نستنتج قاعدة

إذا كانت م الدائرة الداخلة للمثلث أ ب حـ

∴ م△ أ ب حـ = م△ م أ ب + م△ م ب حـ + م△ م حـ أ

$= \frac{1}{2}$ أ ب × نق + $\frac{1}{2}$ ب حـ × نق + $\frac{1}{2}$ حـ أ × نق

$= \frac{1}{2}$ نق (أ ب + ب حـ + حـ أ)

يعني:

مساحة △ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ نصف القطر × محيط المثلث أ ب حـ

من الآخر:

طول نصف قطر الدائرة الداخلة = (٢ × مساحة المثلث) ÷ محيط المثلث

تعالى نطبق عشان نتأكد:

من الشكل المقابل أكمل حيث:

دائرة م تمس أضلاع △ أ ب حـ فإن:

ب و = ... سم حيث ب هـ = ...

∵ أ ب = ٦ سم ، ∴ أ و = ... سم ، أ د = ... سم

∴ حـ هـ = ٦ سم ، ∴ حـ د = ... سم

∵ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ... سم ، أ حـ = ... سم

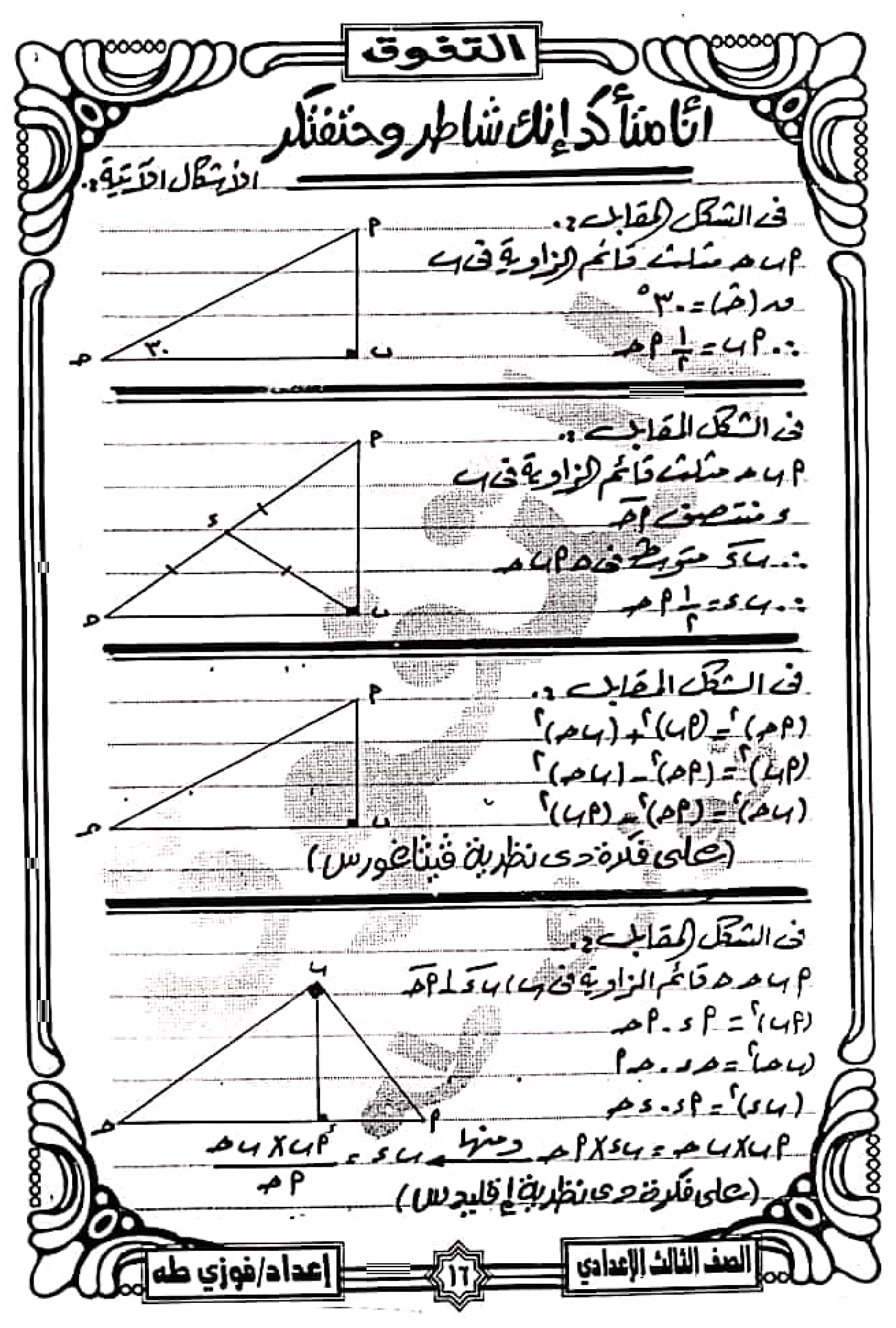
∴ △ أ ب حـ .....

∴ طول نصف قطر الدائرة الداخلة = (..... × ..... × .....) ÷ (..... + ... + ...) = ...

= ..... سم

أنا متأكد إنك شاطر وحتفتكر

الأشكال الآتية:

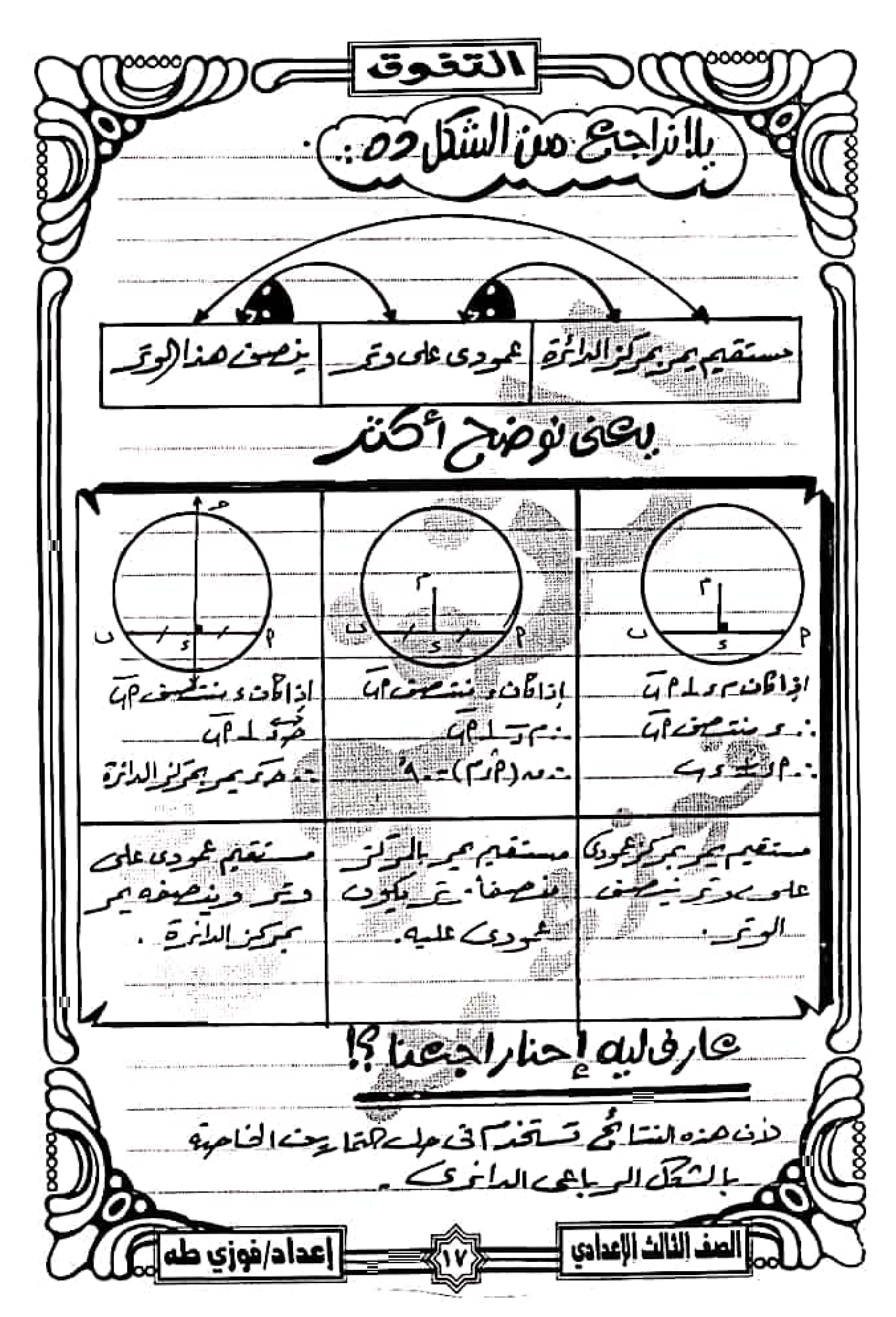


في الشكل المقابل:
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
ق (∠جـ) = ٣٠°
∴ أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ

في الشكل المقابل:
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
د منتصف أ جـ
∴ ب د متوسط في △ أ ب جـ
∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أ جـ

في الشكل المقابل:
(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2
(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2
(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 − (أ ب)^2
(على فكرة دي نظرية فيثاغورس)

في الشكل المقابل:
أ ب جـ قائم الزاوية في ب، ب د ⊥ أ جـ
(أ ب)^2 = أ د . أ جـ
(ب جـ)^2 = جـ د . جـ أ
(ب د)^2 = أ د . د جـ
أ ب × ب جـ = ب د × أ جـ ومنها ب د = $\frac{أ ب \times ب جـ}{أ جـ}$
(على فكرة دي نظرية إقليدس)



التفوق

بالتراجع من الشكل ده ..

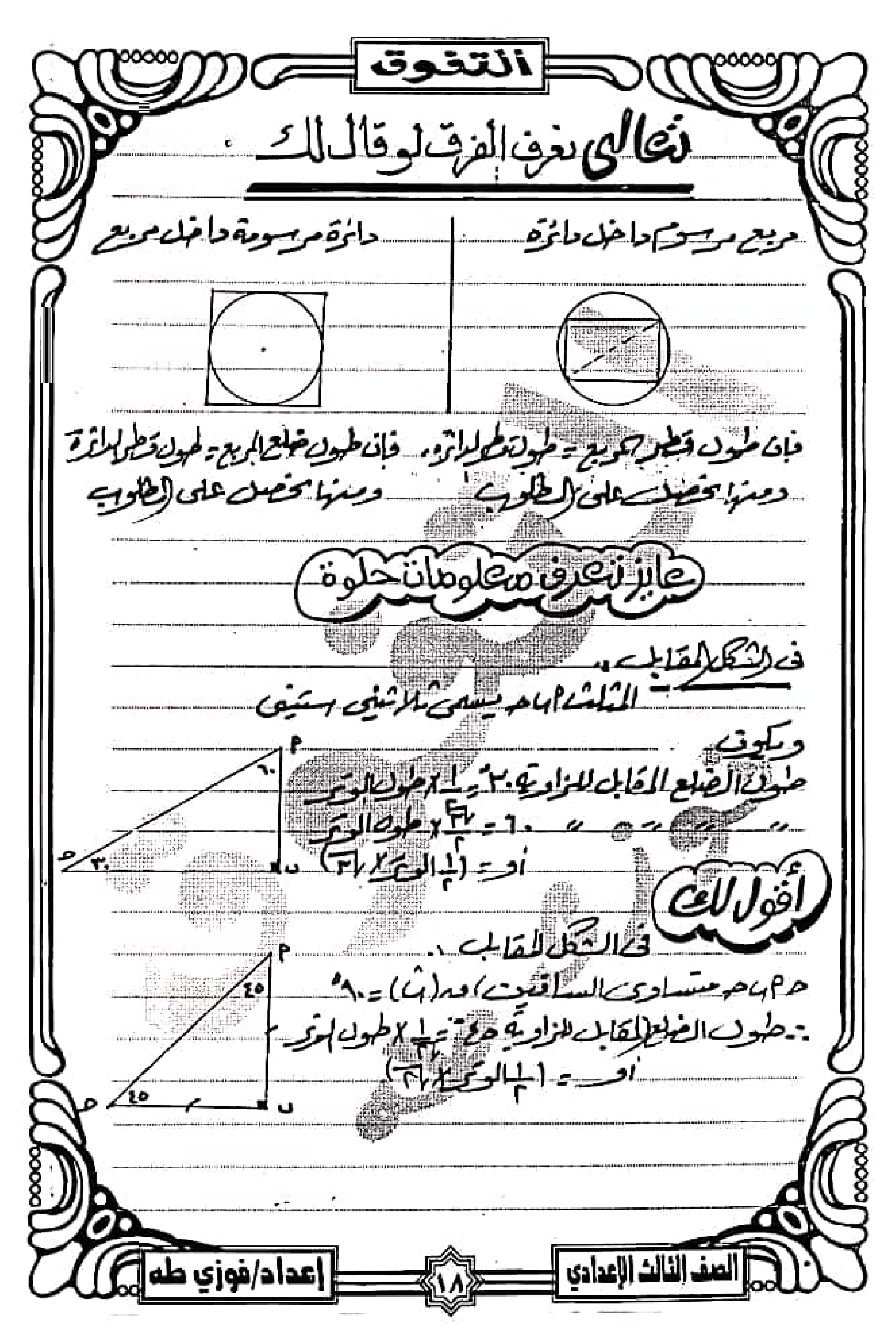
مستقيم يمر بمركز الدائرة	عمودي على وتر	ينصف هذا الوتر

يعني نوضح أكتر

إذا كانت م د ⊥ أب ∴ د منتصف أب ∴ أد = د ب	إذا كانت د منتصف أب ∴ م د ⊥ أب ∴ ق(∠ م د أ) = ٩٠°	إذا كانت د منتصف أب ، جـ د ⊥ أب ∴ جـ د يمر بمركز الدائرة
مستقيم يمر بمركز عمودي على وتر ينصف الوتر.	مستقيم يمر بالمركز ومنصف الوتر يكون عمودي عليه.	مستقيم عمودي على وتر وينصفه يمر بمركز الدائرة.

عارف ليه احنا راجعنا ؟!

لأن هذه النتائج تستخدم في حل مسائل خاصة بالشكل الرباعي الدائري.



تعالى نعرف الفرق لو قال لك

مربع مرسوم داخل دائرة	دائرة مرسومة داخل مربع
فإن طول قطر المربع = طول قطر الدائرة ومنها نحصل على المطلوب	فإن طول ضلع المربع = طول قطر الدائرة ومنها نحصل على المطلوب

عايز تعرف معلومات حلوة

في الشكل المقابل:

المثلث أ ب جـ يسمى ثلاثيني ستيني

ويكون

طول الضلع المقابل للزاوية 30° = $\frac{1}{2}$ × طول الوتر

" " " " 60 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × طول الوتر

أو = ($\frac{1}{2}$ الوتر × $\sqrt{3}$)

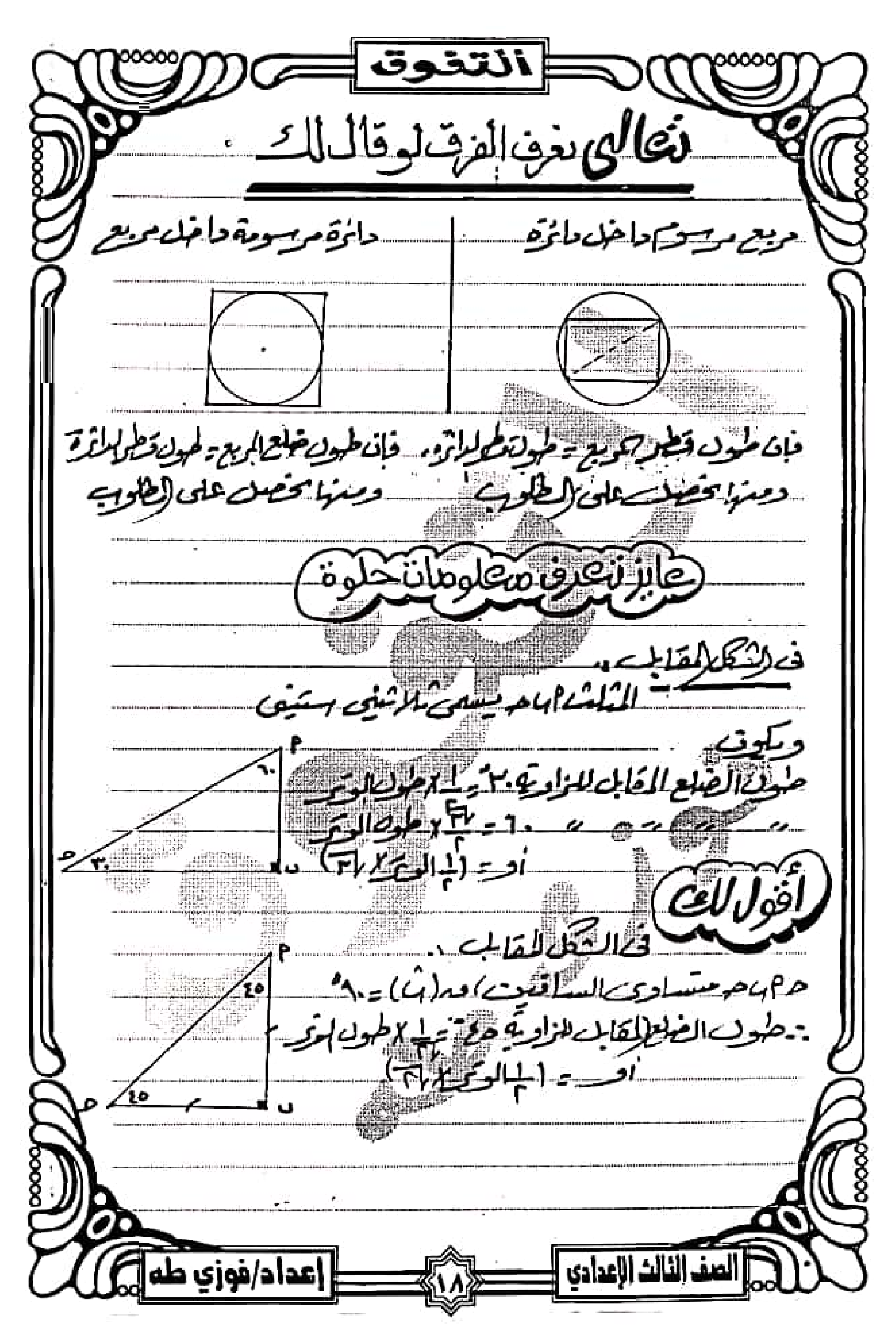
أقول لك

في الشكل المقابل:

جـ أ ب جـ متساوي الساقين، ق(∠ب) = 90°

∴ طول الضلع المقابل للزاوية 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ × طول الوتر

أو = ($\frac{1}{2}$ الوتر × $\sqrt{2}$)



تعالى نعرف الفرق لو قال لك

مربع مرسوم داخل دائرة	دائرة مرسومة داخل مربع
فإن طول قطر المربع = طول قطر الدائرة ومنها نحصل على المطلوب	فإن طول ضلع المربع = طول قطر الدائرة ومنها نحصل على المطلوب

عايز نعرف معلومات حلوة

في الشكل المقابل:

المثلث أ ب حـ يسمى مثلث ثلاثيني ستيني ويكون

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° = $\frac{1}{2}$ × طول الوتر

" " " ٦٠ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × طول الوتر

أو = ($\frac{1}{2}$ الوتر × $\sqrt{3}$)

أقول لك

في الشكل المقابل:

∆ أ ب حـ متساوي الساقين، ق(∠ب) = ٩٠°

∴ طول الضلع المقابل للزاوية ٤٥ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ × طول الوتر

أو = ($\frac{1}{2}$ الوتر × $\sqrt{2}$)

فاكر التشابه

لإثبات تشابه مثلثين يجب إثبات إحدى :

1- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس }
2- الأضلاع المتناظرة متناسبة في الطول } واحدة بس

تعالى نحل التمرين ده :

في الشكل المقابل :

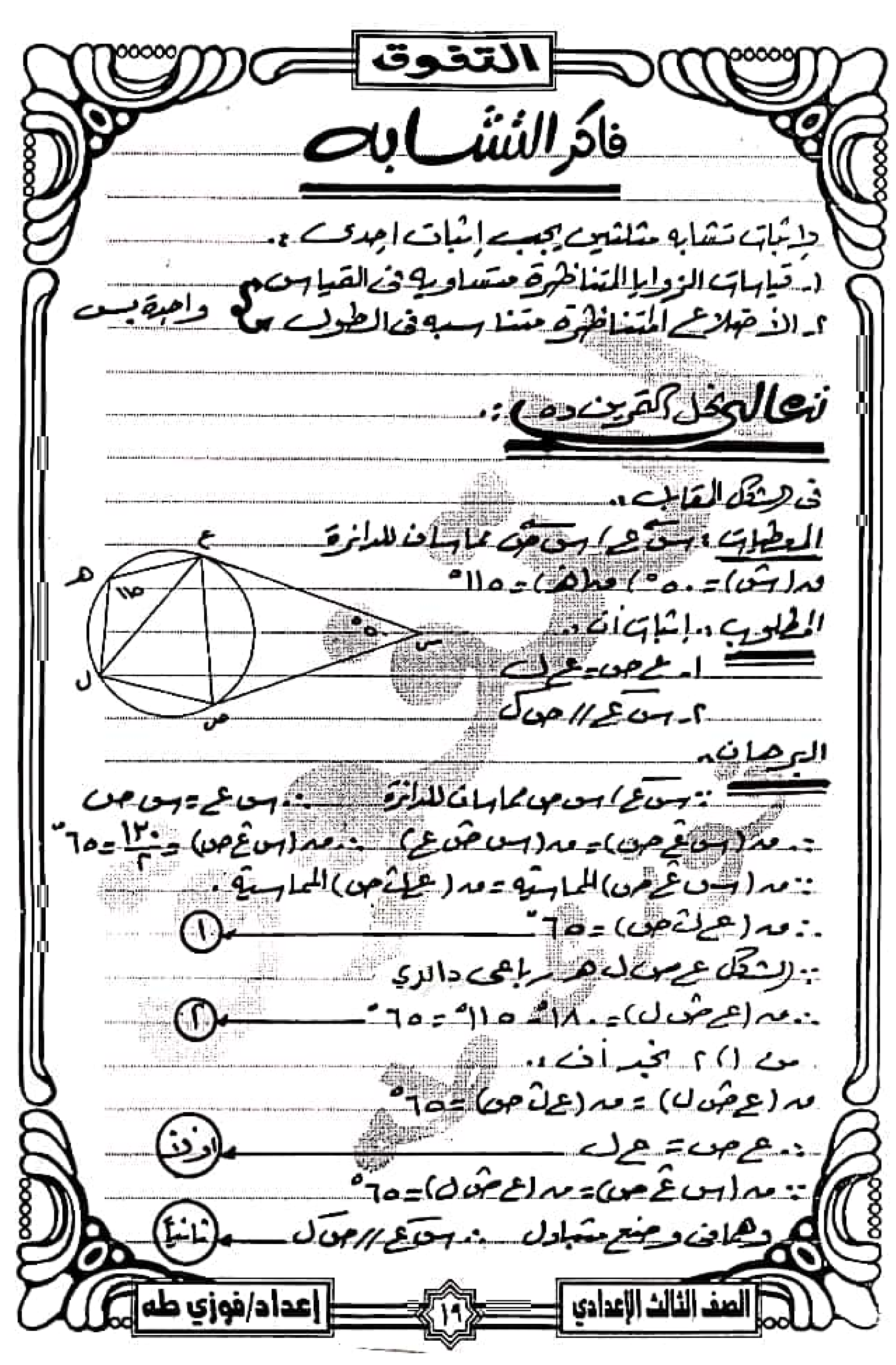
المعطيات : س ع ، س ص مماسان للدائرة

ق (∠ س) = ٥٠° ، ق (∠ هـ) = ١١٥°

المطلوب : إثبات أن :

١- ع ص = ع ل

٢- س ع // ص ل



البرهان :

∵ س ع ، س ص مماسات للدائرة ∴ س ع = س ص

∴ ق (∠ س ع ص) = ق (∠ س ص ع) ∴ ق (∠ س ع ص) = $\frac{١٣٠}{٢}$ = ٦٥°

∵ ق (∠ س ع ص) المماسية = ق (∠ ع ل ص) المحيطية .

∴ ق (∠ ع ل ص) = ٦٥° ——— (١)

∵ الشكل ع ص ل هـ رباعي دائري

∴ ق (∠ ع ص ل) = ١٨٠° - ١١٥° = ٦٥° ——— (٢)

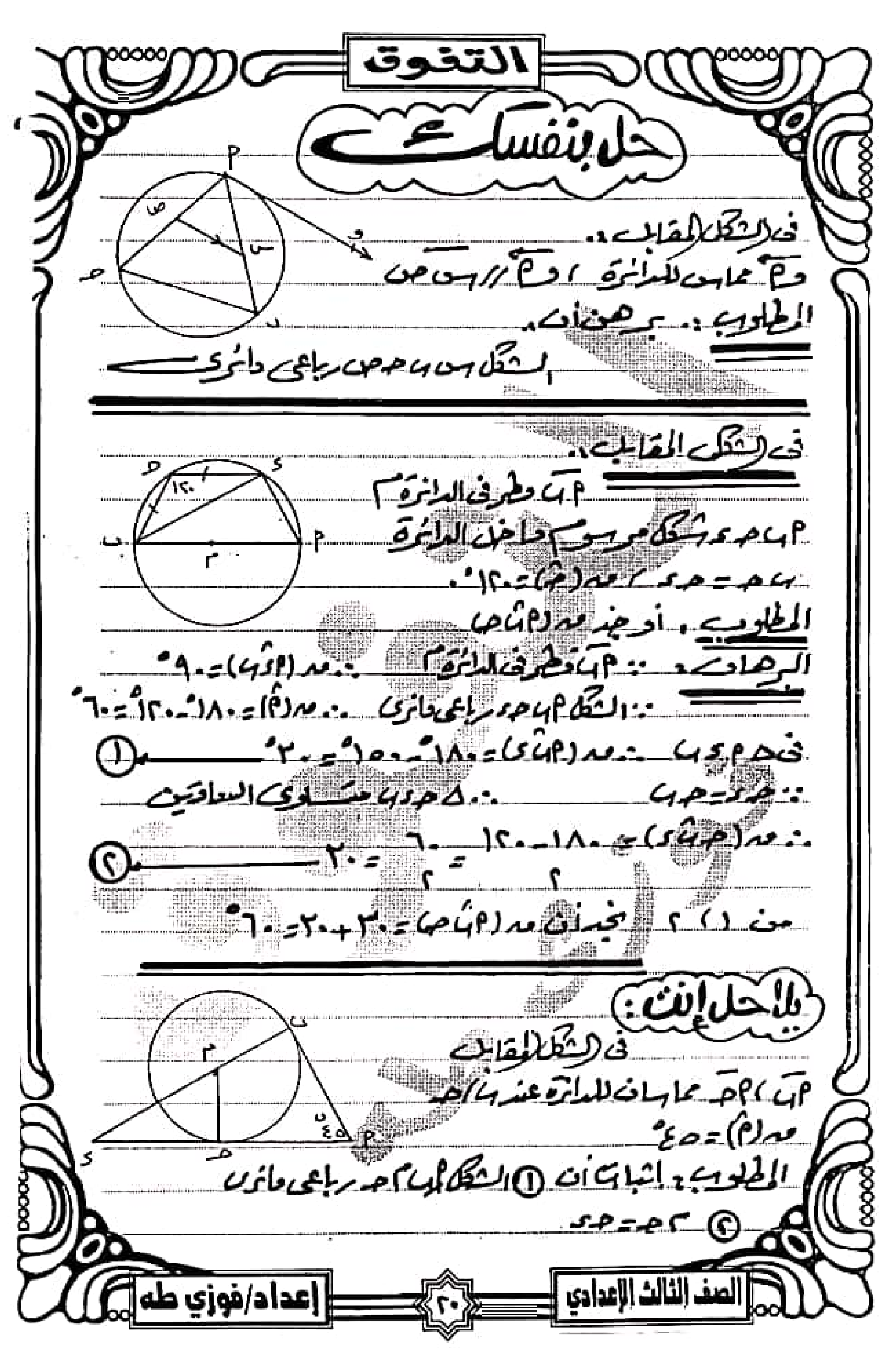
من (١) ، (٢) نجد أن :

ق (∠ ع ص ل) = ق (∠ ع ل ص) = ٦٥°

∴ ع ص = ع ل ——— أولاً

∵ ق (∠ س ع ص) = ق (∠ ع ص ل) = ٦٥°

وهما في وضع متبادل ∴ س ع // ص ل ——— ثانياً



حل بنفسك

في الشكل المقابل:

أو مماس للدائرة ، أو // س ص

المطلوب: برهن أن:

الشكل س ب جـ ص رباعي دائري

في الشكل المقابل:

أب قطر في الدائرة م

أ ب جـ د شكل مرسوم داخل الدائرة

ب جـ = جـ د ، ق(∠ جـ) = ١٢٠°

المطلوب: أوجد ق(∠ أ ب جـ)

البرهان: ∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ د ب) = ٩٠°

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

في △ أ د ب ∴ ق(∠ أ ب د) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠° ——— (١)

∵ جـ د = جـ ب ∴ △ جـ د ب متساوي الساقين

∴ ق(∠ جـ ب د) = (١٨٠ − ١٢٠) ÷ ٢ = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠ ——— (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن ق(∠ أ ب جـ) = ٣٠ + ٣٠ = ٦٠°

يلا حل إنت:

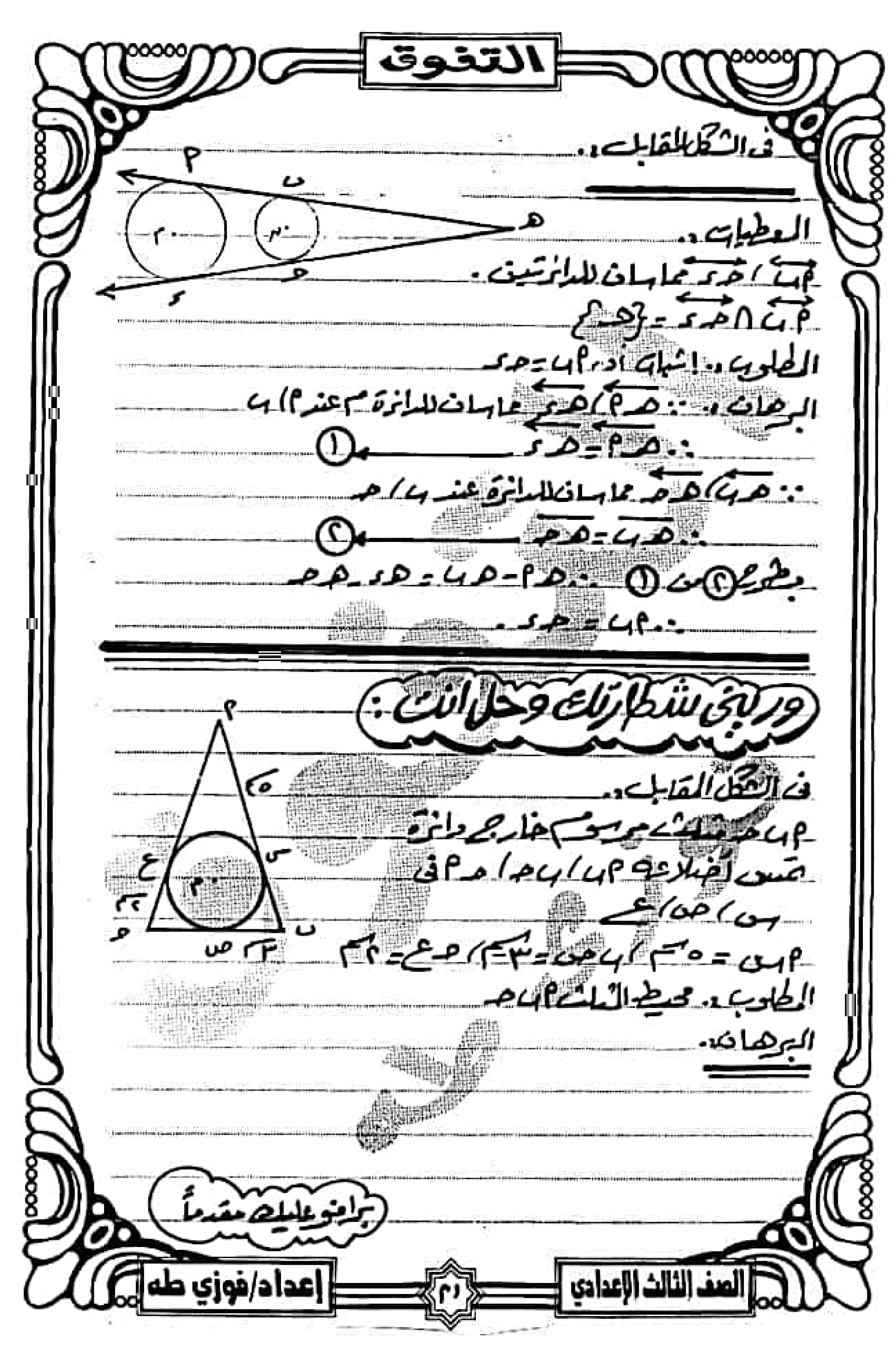
في الشكل المقابل

أب ، أجـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

ق(∠ أ) = ٤٥°

المطلوب: إثبات أن (١) الشكل أ ب م جـ رباعي دائري

(٢) م جـ = جـ د



في الشكل المقابل:

المعطيات:

اب ، جد مماسان للدائرتين.

اب ∩ جد = {هـ}

المطلوب: إثبات أن: اب = جد

البرهان: ∵ هـا ، هـد مماسان للدائرة م عند ا ، د

∴ هـا = هـد ← (1)

∵ هـب ، هـج مماسان للدائرة ن عند ب ، ج

∴ هـب = هـج ← (2)

بطرح (2) من (1) ∴ هـا − هـب = هـد − هـج

∴ اب = جد.

وريني شطارتك وحل انت:

في الشكل المقابل:

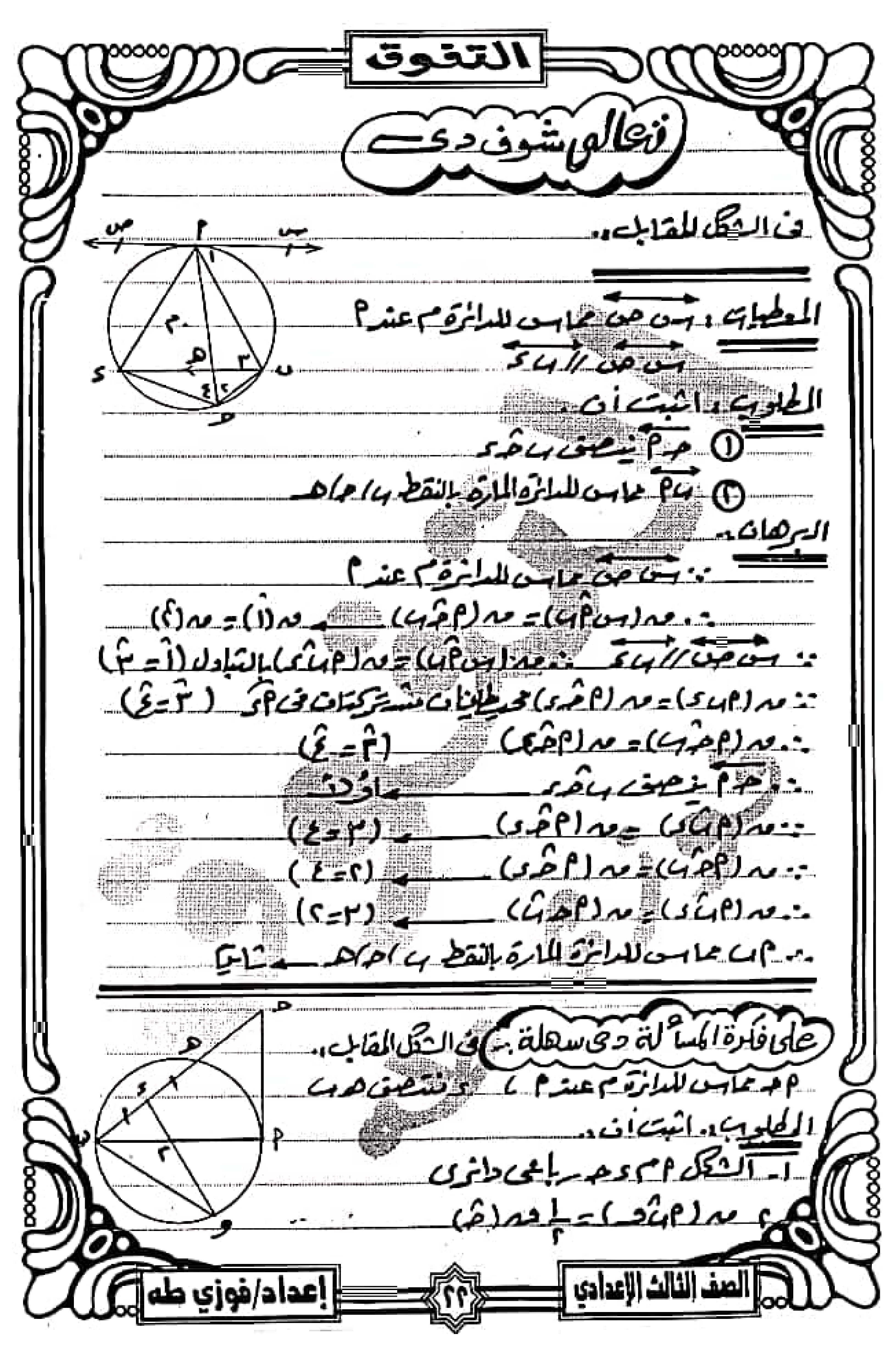
اب ج مثلث مرسوم خارج دائرة تمس أضلاعه اب ، ب ج ، ج ا في س ، ص ، ع

اس = ٥ سم ، ب ص = ٣ سم ، ج ع = ٢ سم

المطلوب: محيط المثلث اب ج

البرهان:

برافو عليك مقدماً



تعالى شوف دي

في الشكل المقابل :

المعطيات : س ص مماس للدائرة م عند أ

س ص // ب د

المطلوب : اثبت أن :

① جـ أ ينصف ∠ ب جـ د

② أ ب مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، هـ ، جـ

البرهان :

∵ س ص مماس للدائرة م عند أ

∴ ق(∠ ص أ ب) = ق(∠ أ جـ ب) ـــ ق(1) = ق(2)

∵ س ص // ب د ∴ ق(∠ ص أ ب) = ق(∠ أ ب د) بالتبادل (1 = 3)

∵ ق(∠ أ ب د) = ق(∠ أ جـ د) محيطيتان مشتركتان في أ د (3 = 4)

∴ ق(∠ أ جـ ب) = ق(∠ أ جـ د) (2 = 4)

∴ جـ أ ينصف ∠ ب جـ د أولاً

∵ ق(∠ أ ب د) = ق(∠ أ جـ د) (3 = 4)

∵ ق(∠ أ جـ ب) = ق(∠ أ جـ د) (4 = 2)

∴ ق(∠ أ ب د) = ق(∠ أ جـ ب) (3 = 2)

∴ أ ب مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، هـ ، جـ ثانياً

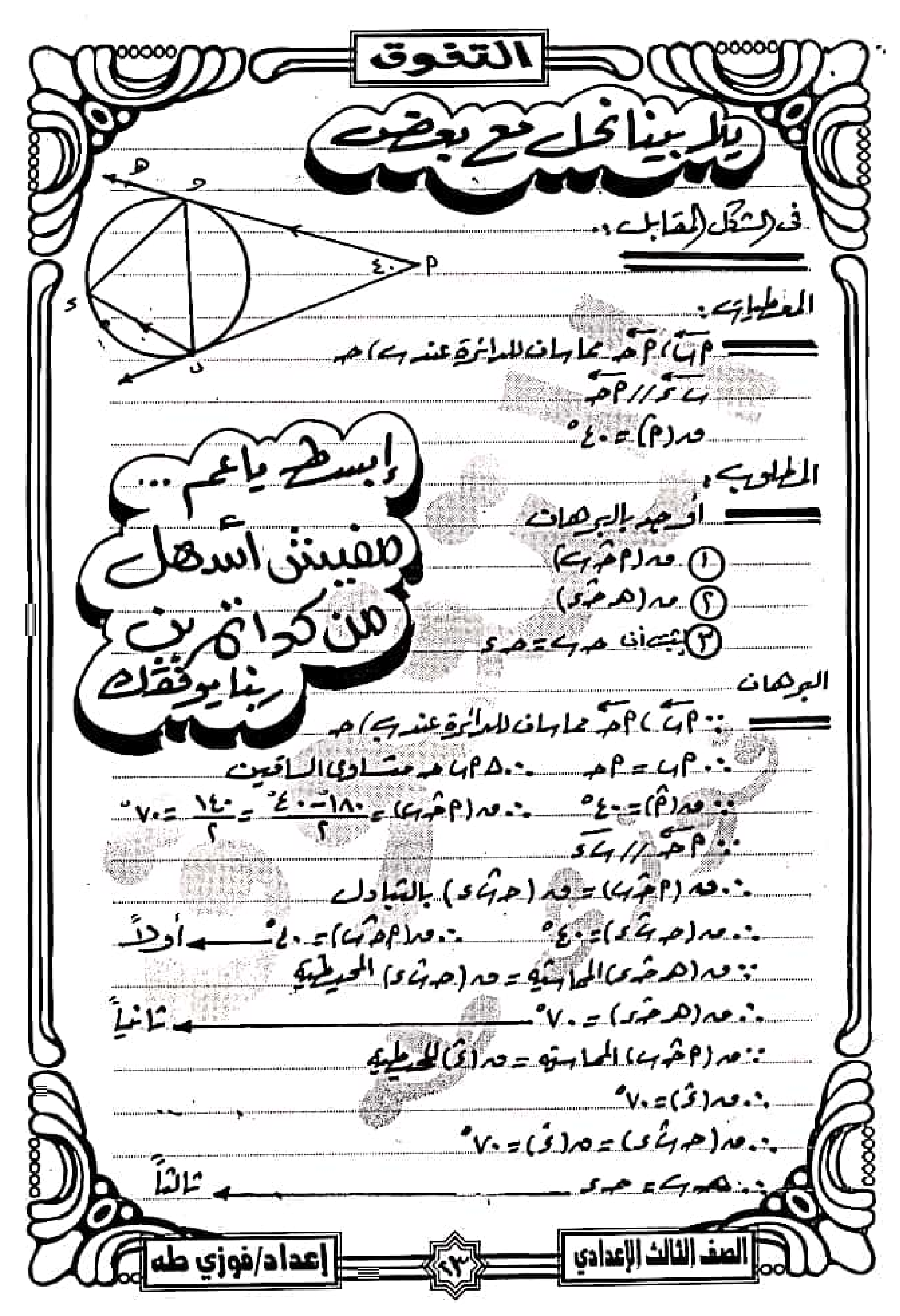
على فكرة المسألة دي سهلة في الشكل المقابل :

أ هـ مماس للدائرة م عند أ ، د تنصف جـ ب

المطلوب : اثبت أن :

1- الشكل أ م د هـ رباعي دائري

2- ق(∠ أ م د) = ½ ق(∠ هـ)



يلا بينا نحل مع بعض

في الشكل المقابل:

المعطيات:

$\overleftrightarrow{مب}$ ، $\overleftrightarrow{مجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

ب د // م جـ

ق(م) = ٤٠°

المطلوب:

أوجد بالبرهان

1. ق(∠م جـ ب)
2. ق(∠هـ جـ د)
3. إثبت أن جـ ب = جـ د

البرهان:

∵ $\overleftrightarrow{مب}$ ، $\overleftrightarrow{مجـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

∴ م ب = م جـ ∴ △م ب جـ متساوي الساقين

∵ ق(م̂) = ٤٠° ∴ ق(∠م جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٤٠°}{٢} = \frac{١٤٠}{٢} = ٧٠°$

∵ $\overleftrightarrow{مجـ}$ // ب د

∴ ق(∠م جـ ب) = ق(∠جـ ب د) بالتبادل

∴ ق(∠جـ ب د) = ٤٠° ∴ ق(∠م جـ ب) = ٤٠° ← أولاً

∵ ق(∠هـ جـ د) المماسية = ق(∠جـ ب د) المحيطية

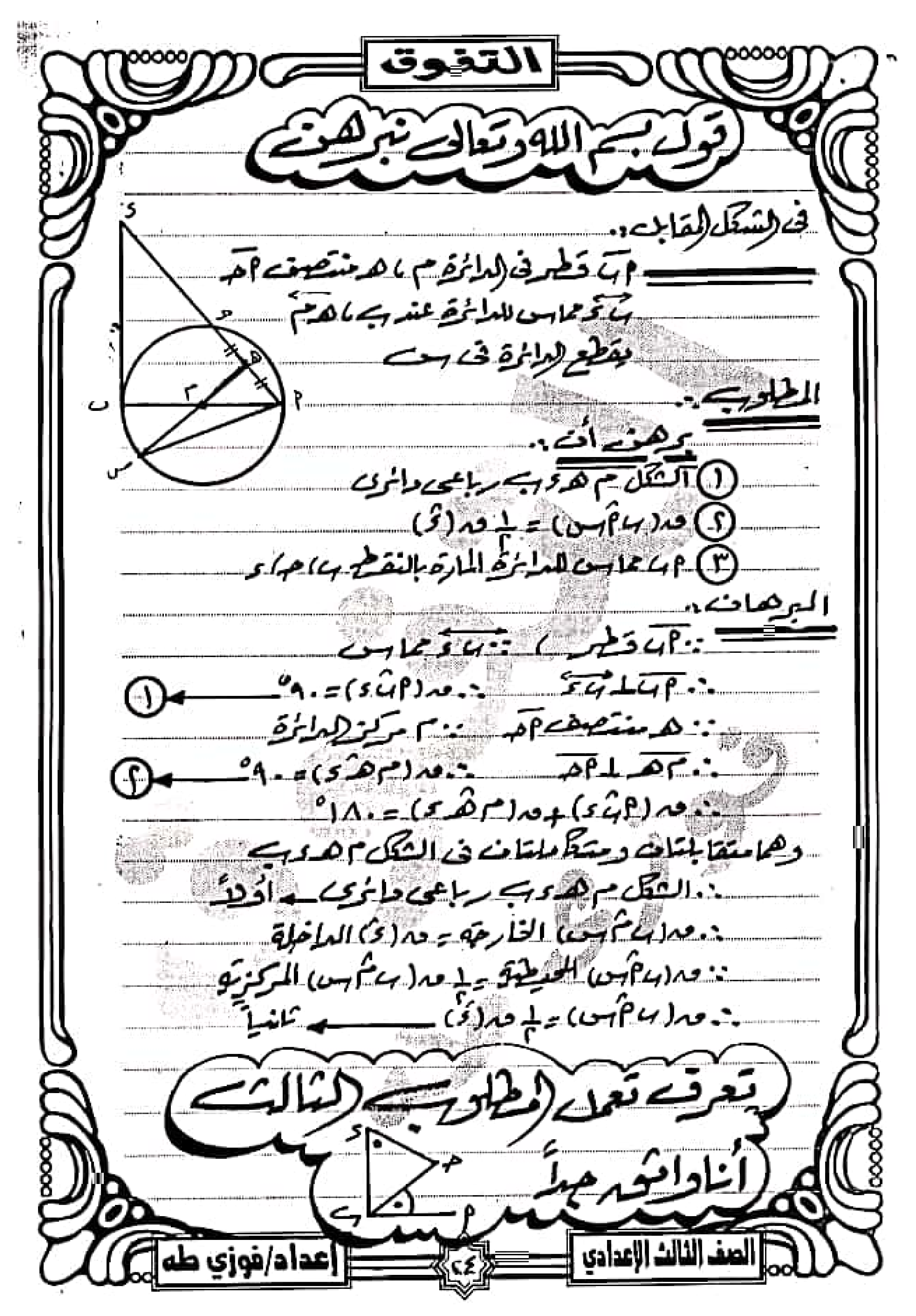
∴ ق(∠هـ جـ د) = ٧٠° ← ثانياً

∵ ق(∠م جـ ب) المماسية = ق(∠د) المحيطية

∴ ق(∠د) = ٧٠°

∴ ق(∠جـ ب د) = ق(∠د) = ٧٠°

∴ جـ ب = جـ د ← ثالثاً



قول بسم الله وتعالى نبرهن

في الشكل المقابل:

م ب قطر في الدائرة م ، هـ منتصف أجـ

ب ء مماس للدائرة عند ب ، هـ م

يقطع الدائرة في س

المطلوب:

برهن أن:

(١) الشكل م هـ ء ب رباعي دائري

(٢) ق(∠أم س) = ½ ق(ء)

(٣) م ب مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، م ، ء

البرهان:

∵ أب قطر ، ب ء مماس

∴ أب ⊥ ب ء ∴ ق(∠أ ب ء) = ٩٠° ← (١)

∵ هـ منتصف أجـ ، م مركز الدائرة

∴ م هـ ⊥ أجـ ∴ ق(∠م هـ ء) = ٩٠° ← (٢)

∴ ق(∠أ ب ء) + ق(∠م هـ ء) = ١٨٠°

وهما متقابلتان ومتكاملتان في الشكل م هـ ء ب

∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري ← أولاً

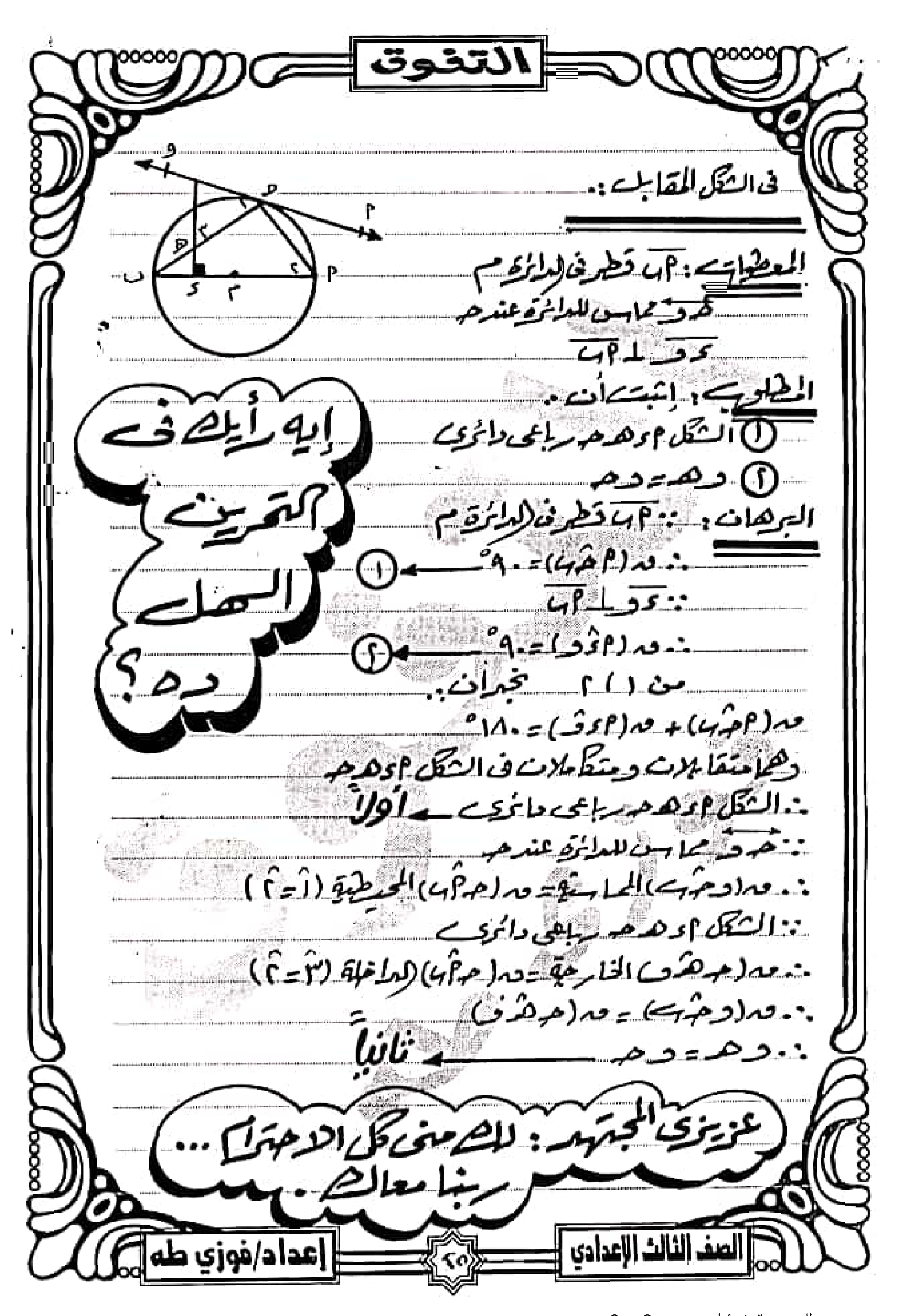
∴ ق(∠ب م س) الخارجة = ق(ء) الداخلة

∵ ق(∠أ م س) المحيطية = ½ ق(∠ب م س) المركزية

∴ ق(∠ب أ س) = ½ ق(ء) ← ثانياً

تعرف تعمل المطلوب الثالث

أنا واثق جداً



في الشكل المقابل :

المعطيات : $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

$\overleftrightarrow{هـ و}$ مماس للدائرة عند جـ

$\overline{هـ و} \perp \overline{أب}$

المطلوب : إثبت أن :

(1) الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري

(2) د هـ = د جـ

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠أجـب) = 90° ← (1)

∵ $\overline{هـ و} \perp \overline{أب}$

∴ ق(∠أ د و) = 90° ← (2)

من (1) ، (2) نجد أن :

ق(∠أجـب) + ق(∠أ د و) = 180°

وهما متقابلات ومتكاملات في الشكل أ د هـ جـ

∴ الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري ← أولاً

∵ $\overleftrightarrow{جـ و}$ مماس للدائرة عند جـ

∴ ق(∠و جـ ب) المماسية = ق(∠جـ أ ب) المحيطية (∠1 = ∠2)

∵ الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري

∴ ق(∠جـ هـ و) الخارجية = ق(∠جـ أ ب) الداخلة (∠3 = ∠2)

∴ ق(∠و جـ ب) = ق(∠جـ هـ و)

∴ د هـ = د جـ ← ثانياً

عزيزي المجتهد : لك مني كل الاحترام ... ربنا معاك .

"الهندسة"

* أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد:

١- الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

٢- عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

← " " لأى قطاع من الدائرة هو ....

٣- إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

٤- سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {م} ، وطول نصف قطر احداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

٥- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ......

← " " " " " " من الداخل ......

٦- قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....

← " " " " ثلث قياس الدائرة يساوى ......

٧- الزاوية المماسية محصورة بين ....

٨- أ ب جـ د شكل رباعى دائرى: ق(∠أ) = ٦٠° فإن: ق(∠جـ) = ...°

٩- دائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن: م ن = ... سم.

١٠- قياس الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة ......

← " " " " " قوساً أكبر فى الدائرة ......

١١- النسبة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركة فى نفس القوس ....

١٢- يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... ، .... ، ....

← لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .... ، .... ، ....

١٣- مركز الدائرة الداخلة للمثلث هى نقطة تقاطع ....

١٤- مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

١٥- قياس زاوية رأس الشكل السداسي المنتظم = ...°

١٦- فى الشكل الرباعى الدائرى: كل زاويتين متقابلتين ....

١٧- إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر إحداهما ٣سم ، م ن = ٨سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى .... سم.

١٨- ما هى خواص الشكل الرباعى الدائرى ....

١٩- إذا كانت مساحة الدائرة ٩π سم² فإن طول نصف قطرها يساوى .... سم

٢٠- عدد محاور تماثل المربع ......، المستطيل ......، المعين ......، متوازى الأضلاع ......، شبه المنحرف ......، شبه المنحرف متساوى الساقين ......، Δ متساوى الأضلاع ......، Δ متساوى الساقين ، Δ مختلف الأضلاع ......

٢١- $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أد}$ ، $\overleftrightarrow{بء}$ مماسان للدائرة فإن: $\overleftrightarrow{أد}$ ...... $\overleftrightarrow{بء}$ (يتقاطع - يوازى - عمودى على - ينطبق على)

٢٢- المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة يكونان ....

٢٣- أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى: ق(∠ث) = ½ ق(∠ء) فإن ق(∠ث) = ... °

٢٤- دائرة نصف قطرها (٢س + ٦) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) حيث س > ، فإن: المستقيم ل يكون ....

٢٥- إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ الدائرة م = {أ ، ب} فإن $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

٢٦- طول القوس الذى يمثل ربع الدائرة يساوى ....

٢٧- دائرة طول نصف قطرها ٣سم فإن محيطها = ... سم (بدلالة π)

٢٨- مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى الداخلة = ... °

٢٩- دائرة طول قطرها (٢س + ٥) ، المستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) سم فإن المستقيم ل يكون ....

٣٠- م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٤سم فإن: م ن ∈ ....

٣١- مثلث أ ب جـ له محور تماثل واحد وأطوال أضلاعه ١٠ ، ٥ ، س سم فإن س = ... سم (٥ - ٨ - ١٠ - ١٢)

٣٢- النسبة بين قياسات زوايا مثلث هى ٢ : ٣ : ٤ فإن: أكبر زاوية فى المثلث ....

٣٣- أطول الأوتار فى الدائرة يسمى ....

٣٤- الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ....

٣٥- صورة مستطيلة الشكل طولها ٦٠ سم وعرضها ٤٠ سم أحيطت بإطار خشبي عرضه ٥ سم فتكون مساحة الشكل كله = ...

٣٦- عدد المماسات التي يمكن رسمها من نقطة تقع على دائرة = ...

٣٧- إذا كان م١ ، م٢ مستقيمان متعامدان فإن : م١ × م٢ = ...

٣٨- محيط المعين = ...

٣٩- مساحة المعين الذي طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم = ... سم²

٤٠- طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي ....

٤١- المماس للدائرة التي طول قطرها ٨ سم يكون على بعد .... سم من مركزها.

٤٢- القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائماً يكونان ....

٤٣- يكون الشكل رباعي دائري إذا كان ....

٤٤- مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

٤٥- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث.

٤٦- عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة = ...

٤٧- صورة النقطة (٢ ، ٣) بالدوران د (و ، ١٨٠°) هي النقطة ....

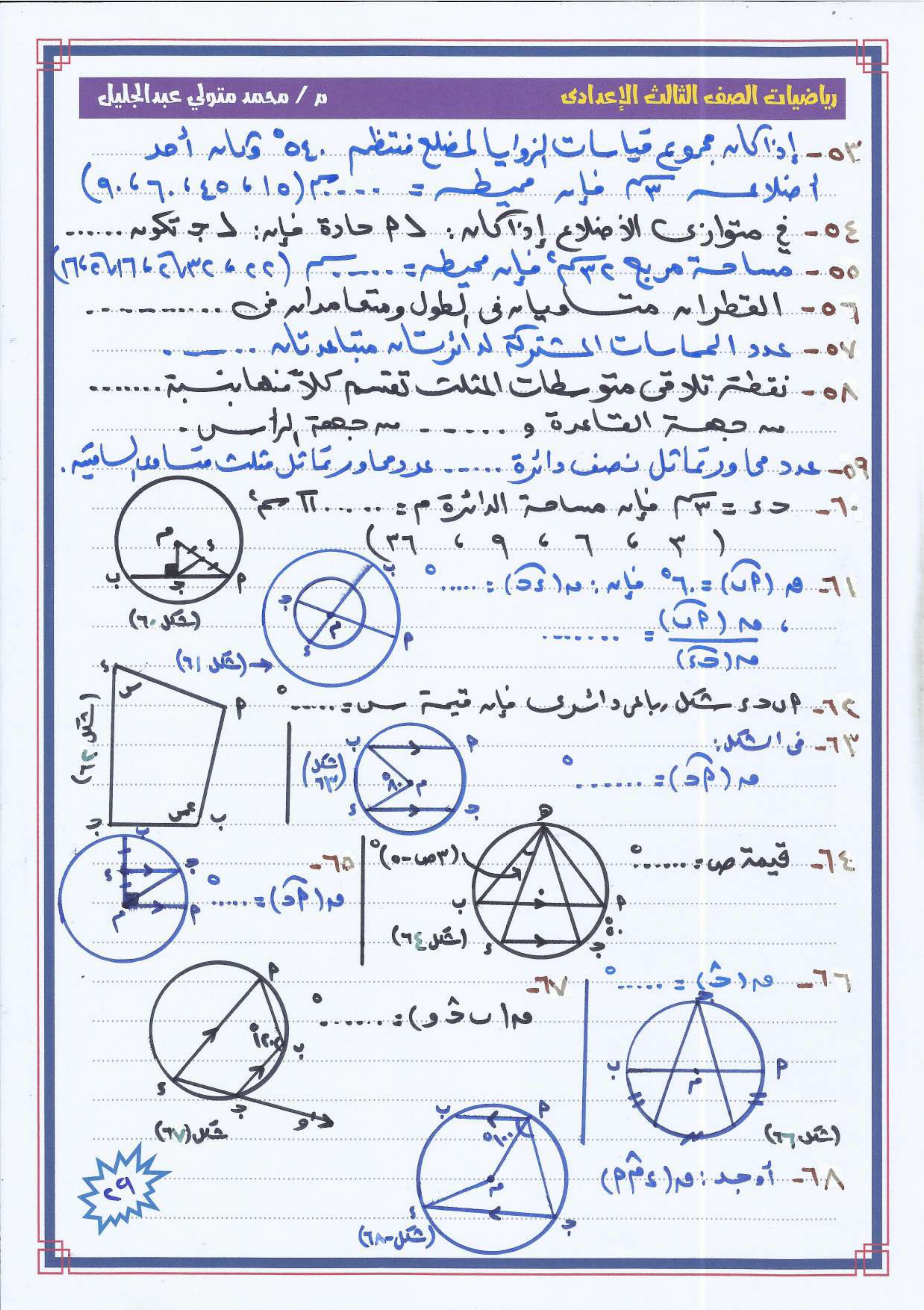
٤٨- مستطيل طوله ٦ سم ومحيطه ٢٦ سم فإن مساحته = ... سم²

٤٩- إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن :
القطعة المستقيمة .... المستقيم (// ، ⊥ ، ∈ ، ⊂)

٥٠- دائرة محيطها ٦π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون ....

٥١- الزاوية المحيطية التي تقابل ربع دائرة = ...°
← الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ...°
← " " " في ثلث دائرة = ...°

٥٢- دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، نصفا قطري الدائرتين ٥ سم ، نق سم ، نق > ٥ ، م ن = ٣ سم فإن نق = ... سم
(٦ ، ٨ ، ٧ ، ٩)



٥٣- إذا كان مجموع قياسات الزوايا لمضلع منتظم ٥٤٠° وكان أحد أضلاعه ٣ سم فإن محيطه = ... سم (١٥ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠)

٥٤- في متوازي الأضلاع إذا كان: ∠أ حادة فإن: ∠ج تكون ......

٥٥- مساحة مربع ٣٢ سم² فإن محيطه = ... سم (٢٢ ، ٣٢√٢ ، ١٦√٢ ، ١٦)

٥٦- القطران متساويان في الطول ومتعامدان في ......

٥٧- عدد المماسات المشتركة لدائرتان متباعدتان ......

٥٨- نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ...... من جهة القاعدة و ...... من جهة الرأس.

٥٩- عدد محاور تماثل نصف دائرة ...... عدد محاور تماثل مثلث متساوي الساقين.

٦٠- جـ د = ٣ سم فإن مساحة الدائرة م = ... π سم² (٣ ، ٦ ، ٩ ، ٣٦)

(شكل ٦٠)

٦١- ق(أب⌒) = ٦٠° فإن: ق(جـ د⌒) = ...°

، ق(أب⌒) / ق(جـ د⌒) = ...

(شكل ٦١)

٦٢- أب جـ د شكل رباعي دائري فإن قيمة س = ...°

(شكل ٦٢)

٦٣- في الشكل: ق(أ د⌒) = ...°

(شكل ٦٣)

٦٤- قيمة ص = ...°

(٣ص - ٥)°

(شكل ٦٤)

٦٥- ق(أ د⌒) = ...°

٦٦- ق(∠جـ) = ...°

(شكل ٦٦)

٦٧- ق(∠ا ب جـ و) = ...°

(شكل ٦٧)

٦٨- أوجد: ق(∠د م أ)

(شكل ٦٨)

إجابات أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد :

١- قائمة (٩٠°) . ٢- عدد لانهائى ١ ٣- ٤

٤- ٥ ٥- ٣ ← ١ ٦- ١٨٠° ← ١٢٠

٧- وتر ومماس ٨- ١٢٠° ٩- ٤

١٠- حادة - منفرجة ١١- ١ : ٢ ١٢- المستطيل ، المربع ، شبه المنحرف المتساوى الساقين ← متوازى الأضلاع ، المعين ، شبه المنحرف غير متساوى الساقين

١٣- منصفات زواياه الداخلة .

١٤- مجاور تماثل أضلاعه ١٥- ١٢٠° ١٦- متكاملتان (مجموع قياسهما ١٨٠°)

١٧- ١١ ١٨- كل زاويتان متقابلتان متكاملتان ، قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس الشكل يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها. ١٩- ٣

٢٠- ٤ ، ٢ ، ٢ ، صفر ، صفر ، ١ ، ٣ ، ١ ، صفر .

٢١- يوازى . ٢٢- متوازيان . ٢٣- ٦٠°

٢٤- قاطعة الدائرة فى نقطتين ٢٥- $\overline{\text{أب}}$ ٢٦- $\frac{\text{ط نق}}{٢}$

٢٧- ١٠ ط ٢٨- ٣٦٠° ٢٩- قاطعة للدائرة فى نقطتين.

٣٠- [٣ ، ٧] ٣١- ١٠ ٣٢- ٨٠° ٣٣- قطراً

٣٤- قطراً ٣٥- ٣٥٠٠ ط سم² ٣٦- ١ ٣٧- -١

٣٨- طول الضلع × ٤ ٣٩- ٤٠ ٤٠- ½ طول الوتر ٤١- ٤

٤٢- متساويتان فى الطول (متطابقتان) ٤٣- زاويتان متقابلتان متكاملتان

٤٤- ٣٦٠° ٤٥- > ٤٦- ١ ٤٧- (-٢ ، -٣) ٤٨- ١٢

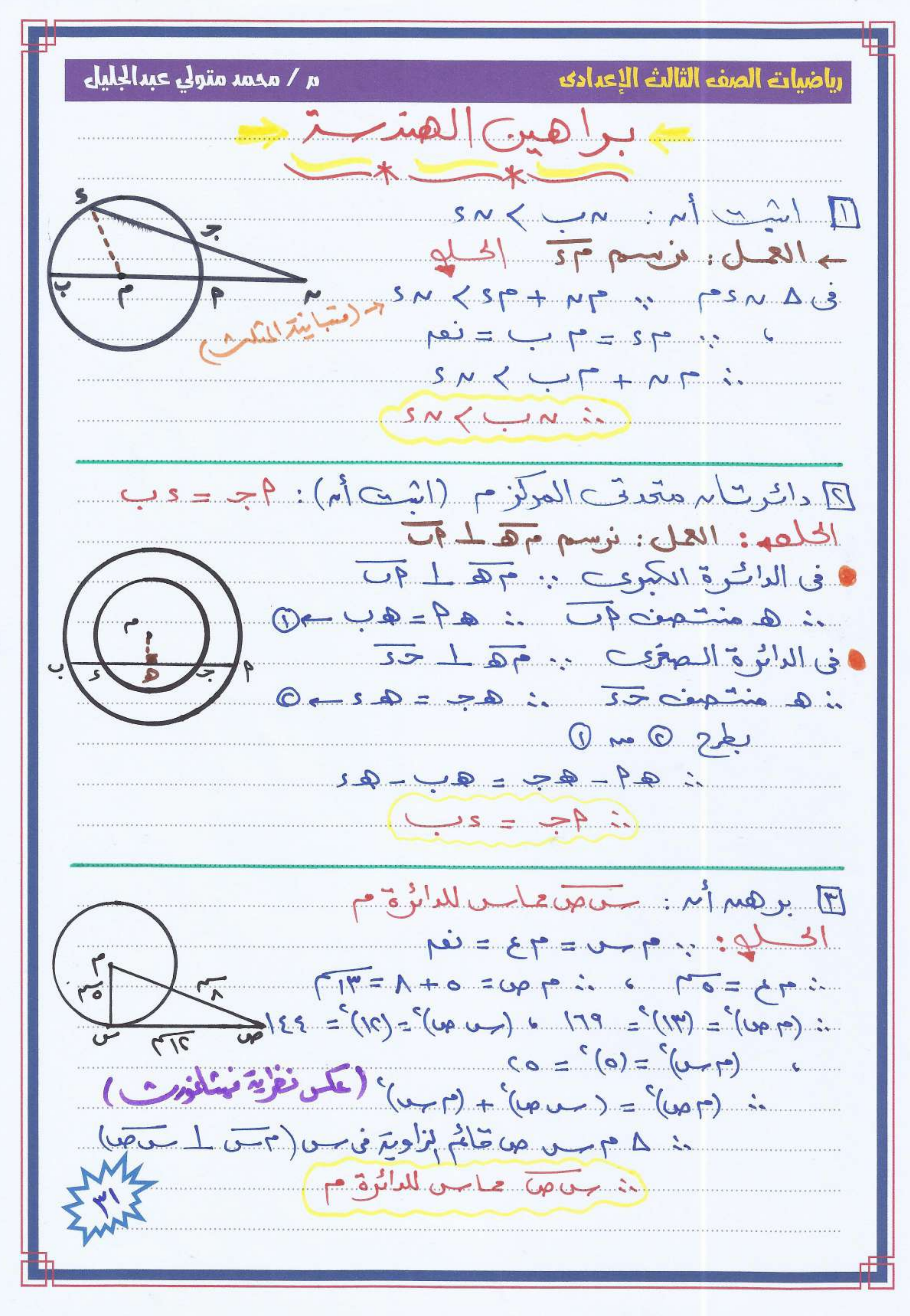
٤٩- ⊥ ٥٠- مماس للدائرة ٥١- ٤٥° ← ١٢٥° ← ١٢٠°

٥٢- ٨ ٥٣- ١٥ ٥٤- منفرجة ٥٥- ١٦ $\sqrt{٦}$ ٥٦- المربع

٥٧- ٤ ٥٨- ١ : ٢ ، ٢ : ١ ٥٩- = ٦٠- ٣٦

٦١- ٦٠° ، ١ ٦٢- ٦٠° ٦٣- ٨٠° ٦٤- ١٠°

٦٥- ٣٠° ٦٦- ٣٠° ٦٧- ٦٠° ٦٨- ١٦٠°



براهين الهندسة

(1) اثبت أن: ن ب > ن د

← العمل: نرسم م د   الحل

في Δ ن د م ∵ ن م + م د > ن د ← (متباينة المثلث)

، ∵ م د = م ب = نق

∴ ن م + م ب > ن د

∴ ن ب > ن د

---

(2) دائرتان متحدتا المركز م (اثبت أن): أ جـ = د ب

الحل: العمل: نرسم م هـ ⊥ أ ب

• في الدائرة الكبرى ∵ م هـ ⊥ أ ب

∴ هـ منتصف أ ب ∴ هـ أ = هـ ب ← (1)

• في الدائرة الصغرى ∵ م هـ ⊥ جـ د

∴ هـ منتصف جـ د ∴ هـ جـ = هـ د ← (2)

بطرح (2) من (1)

∴ هـ أ − هـ جـ = هـ ب − هـ د

∴ أ جـ = د ب

---

(3) برهن أن: س ص مماس للدائرة م

الحل: ∵ م س = م ع = نق

∴ م ع = 5 سم ، ∴ م ص = 5 + 8 = 13 سم

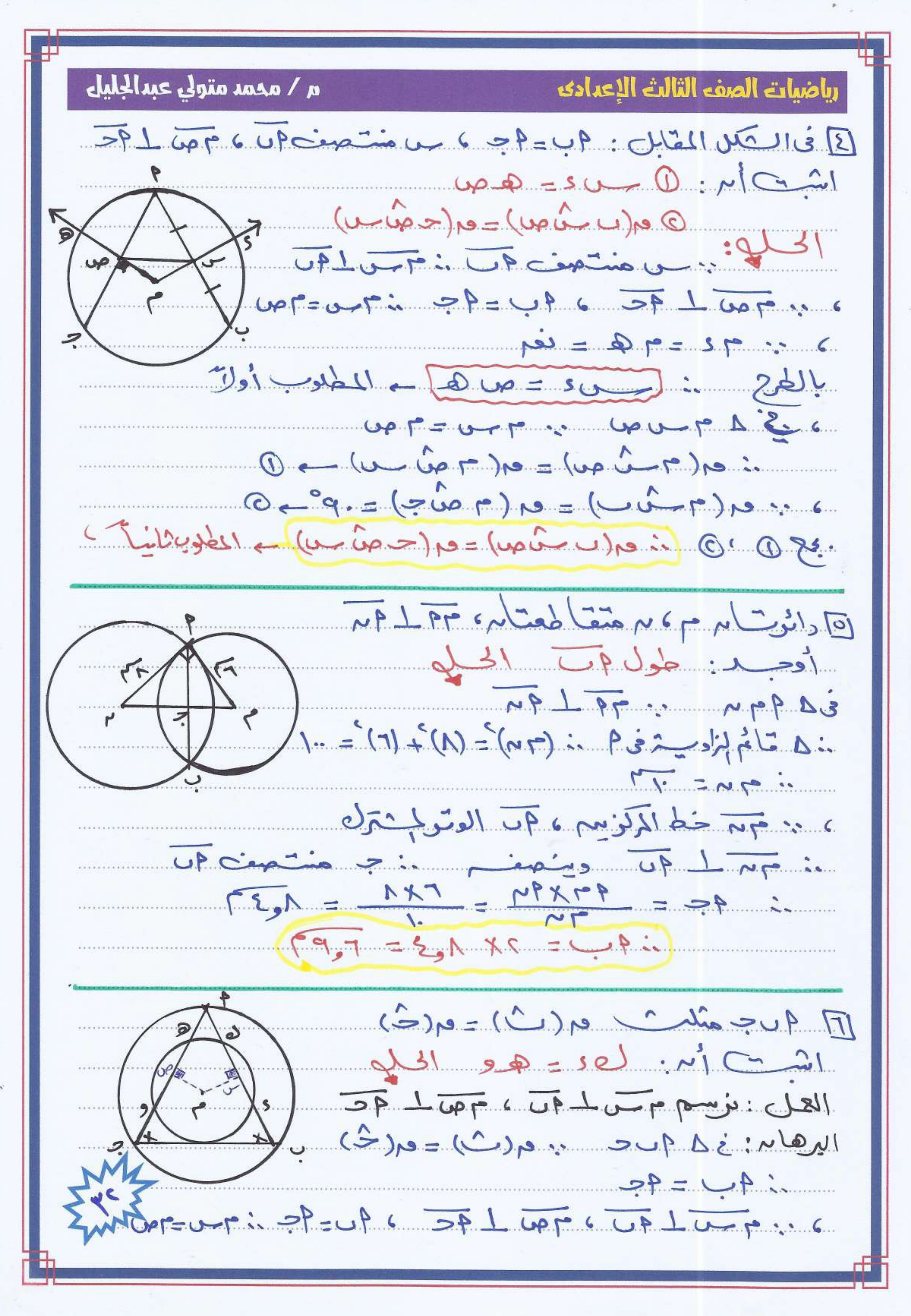
∴ (م ص)² = (13)² = 169 ، (س ص)² = (12)² = 144

، (م س)² = (5)² = 25

∴ (م ص)² = (س ص)² + (م س)² (عكس نظرية فيثاغورث)

∴ Δ م س ص قائم الزاوية في س (م س ⊥ س ص)

∴ س ص مماس للدائرة م



٤ فى الشكل المقابل: أب = أجـ ، س منتصف $\overline{أب}$ ، م ص ⊥ $\overline{أجـ}$

اثبت أن: ① س د = هـ ص

② ق(∠ب س ص) = ق(∠جـ ص س)

الحل:

∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أب}$

، ∵ $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أب = أجـ ∴ م س = م ص

، ∵ م د = م هـ = نق

بالطرح ∴ س د = ص هـ ← المطلوب أولاً

، فى Δ م س ص ∵ م س = م ص

∴ ق(∠م س ص) = ق(∠م ص س) ← ①

، ∵ ق(∠م س ب) = ق(∠م ص جـ) = ٩٠° ← ②

بجمع ①، ② ∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠جـ ص س) ← المطلوب ثانياً

---

٥ دائرتان م ، ن متقاطعتان ، $\overline{م أ}$ ⊥ $\overline{أ ن}$

أوجد: طول $\overline{أب}$

الحل

فى Δ أ م ن ∵ $\overline{م أ}$ ⊥ $\overline{أ ن}$

∴ Δ قائم الزاوية فى أ ∴ $(م ن)^2 = (٨)^2 + (٦)^2 = ١٠٠$

∴ م ن = ١٠ سم

، ∵ $\overline{م ن}$ خط المركزين ، $\overline{أب}$ الوتر المشترك

∴ $\overline{م ن}$ ⊥ $\overline{أب}$ وينصفه ∴ جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ أجـ = $\frac{أم \times أن}{م ن} = \frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤٫٨ سم

∴ أب = ٢ × ٤٫٨ = ٩٫٦ سم

---

٦ أ ب جـ مثلث ق(∠ب) = ق(∠جـ)

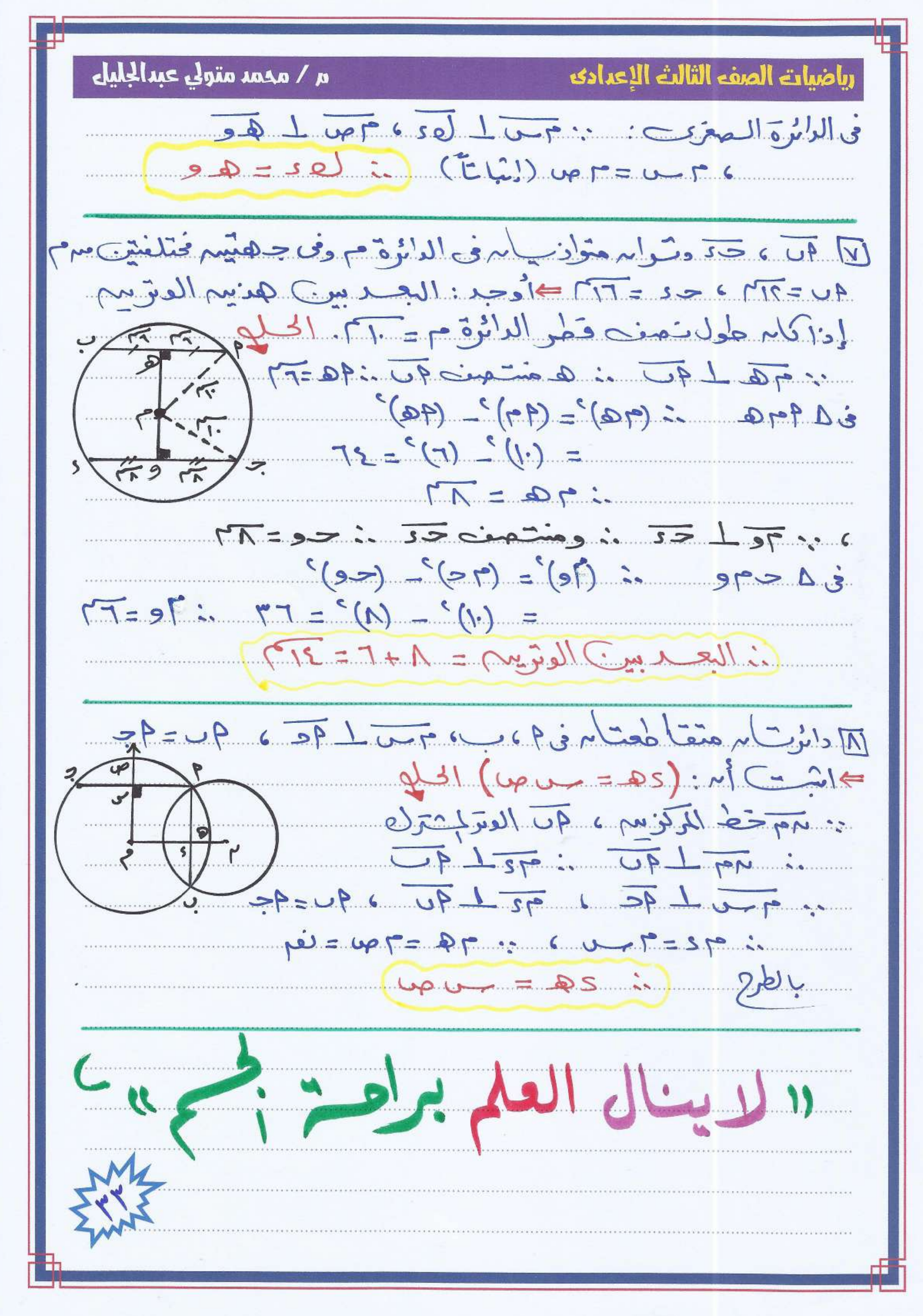
اثبت أن: ل د = هـ و الحل

العمل: نرسم $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$

البرهان: فى Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ أب = أجـ

، ∵ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أب = أجـ ∴ م س = م ص



في الدائرة الصغرى : ∵ م س ⊥ ل د ، م ص ⊥ هـ و

، م س = م ص (إثباتاً) ∴ ل د = هـ و

---

7 أب ، جـ د وتران متوازيان في الدائرة م وفي جهتين مختلفتين من م

أب = ١٢سم ، جـ د = ١٦سم ⇐ أوجد : البعد بين هذين الوترين

إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ١٠سم.

الحل

∵ م هـ ⊥ أب ∴ هـ منتصف أب ∴ أ هـ = ٦سم

في Δ أ م هـ ∴ (م هـ)^2 = (أ م)^2 − (أ هـ)^2

= (١٠)^2 − (٦)^2 = ٦٤

∴ م هـ = ٨سم

، ∵ م و ⊥ جـ د ∴ و منتصف جـ د ∴ جـ و = ٨سم

في Δ جـ م و ∴ (م و)^2 = (م جـ)^2 − (جـ و)^2

= (١٠)^2 − (٨)^2 = ٣٦ ∴ م و = ٦سم

∴ البعد بين الوترين = ٨ + ٦ = ١٤سم

---

8 دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، م س ⊥ أ جـ ، أب = أ جـ

⇐ اثبت أن : (د هـ = س ص)

الحل

∵ م مَ خط المركزين ، أب الوتر المشترك

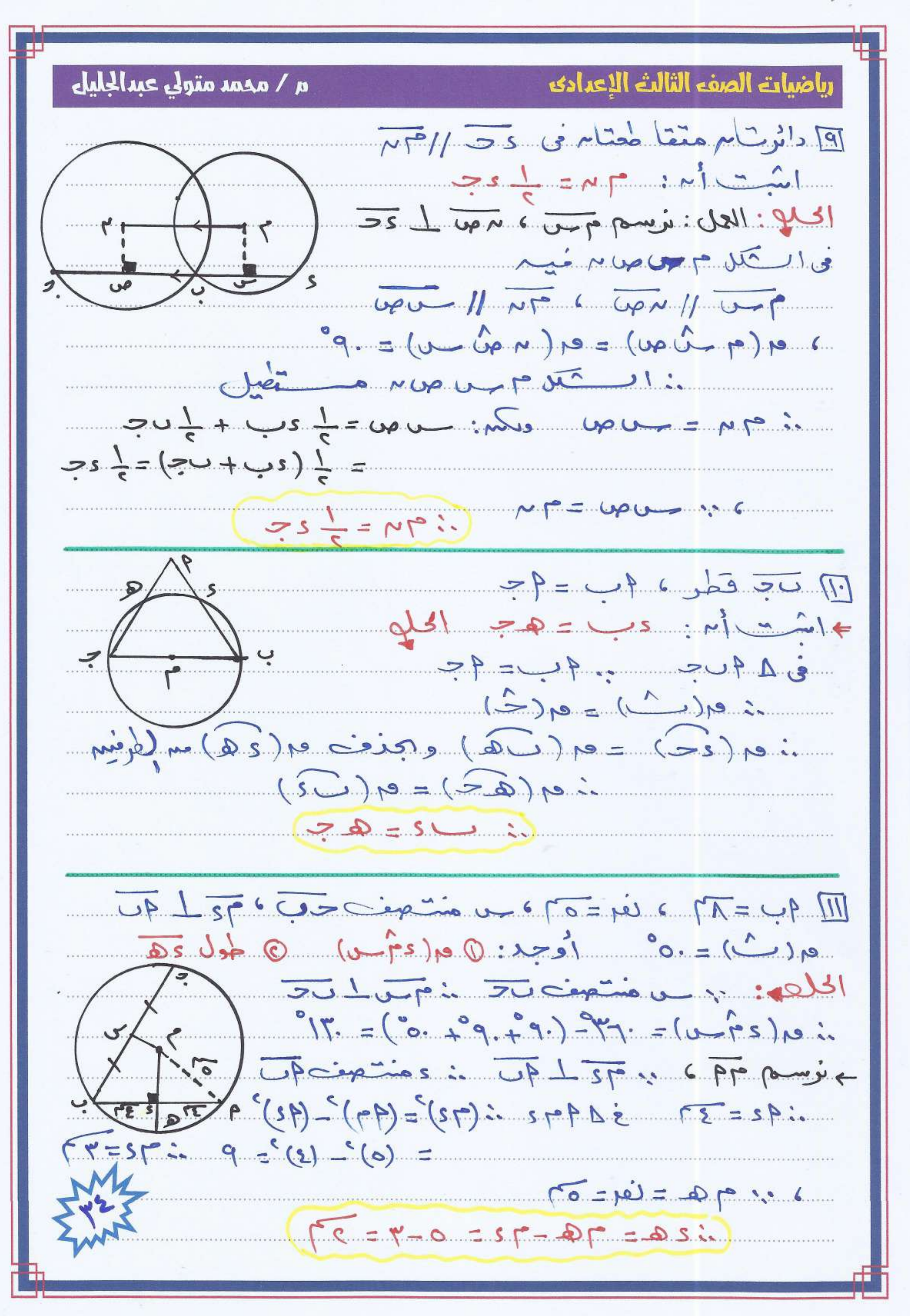
∴ م مَ ⊥ أب ∴ م د ⊥ أب

∵ م س ⊥ أ جـ ، م د ⊥ أب ، أب = أ جـ

∴ م د = م س ، ∵ م هـ = م ص = نق

بالطرح ∴ د هـ = س ص

" لا ينال العلم براحة الجسم "



[٩] دائرتان م ، ن متقاطعتان في د ج // م ن

اثبت أن : م ن = ½ د ج

الحل : العمل : نرسم م س ، ن ص ⊥ د ج

في الشكل م س ص ن فيه

م س // ن ص ، م ن // س ص

، ق(∠م س ص) = ق(∠ن ص س) = ٩٠°

∴ الشكل م س ص ن مستطيل

∴ م ن = س ص   ولكن : س ص = ½ د ب + ½ ب ج

= ½ (د ب + ب ج) = ½ د ج

، ∵ س ص = م ن

∴ م ن = ½ د ج

---

[١٠] ب ج قطر ، أ ب = أ ج

اثبت أن : د ب = هـ ج   **الحل**

في △ أ ب ج   ∵ أ ب = أ ج

∴ ق(∠ب) = ق(∠ج)

∴ ق(⌒د ج) = ق(⌒ب هـ) وبحذف ق(⌒د هـ) من الطرفين

∴ ق(⌒هـ ج) = ق(⌒ب د)

∴ ب د = هـ ج

---

[١١] أ ب = ٨ سم ، نق = ٥ سم ، س منتصف ج ب ، م د ⊥ أ ب

ق(∠ب) = ٥٠°   أوجد : ① ق(∠د م س)   ② طول د هـ

الحل : ∵ س منتصف ب ج ∴ م س ⊥ ب ج

∴ ق(∠د م س) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٠°) = ١٣٠°

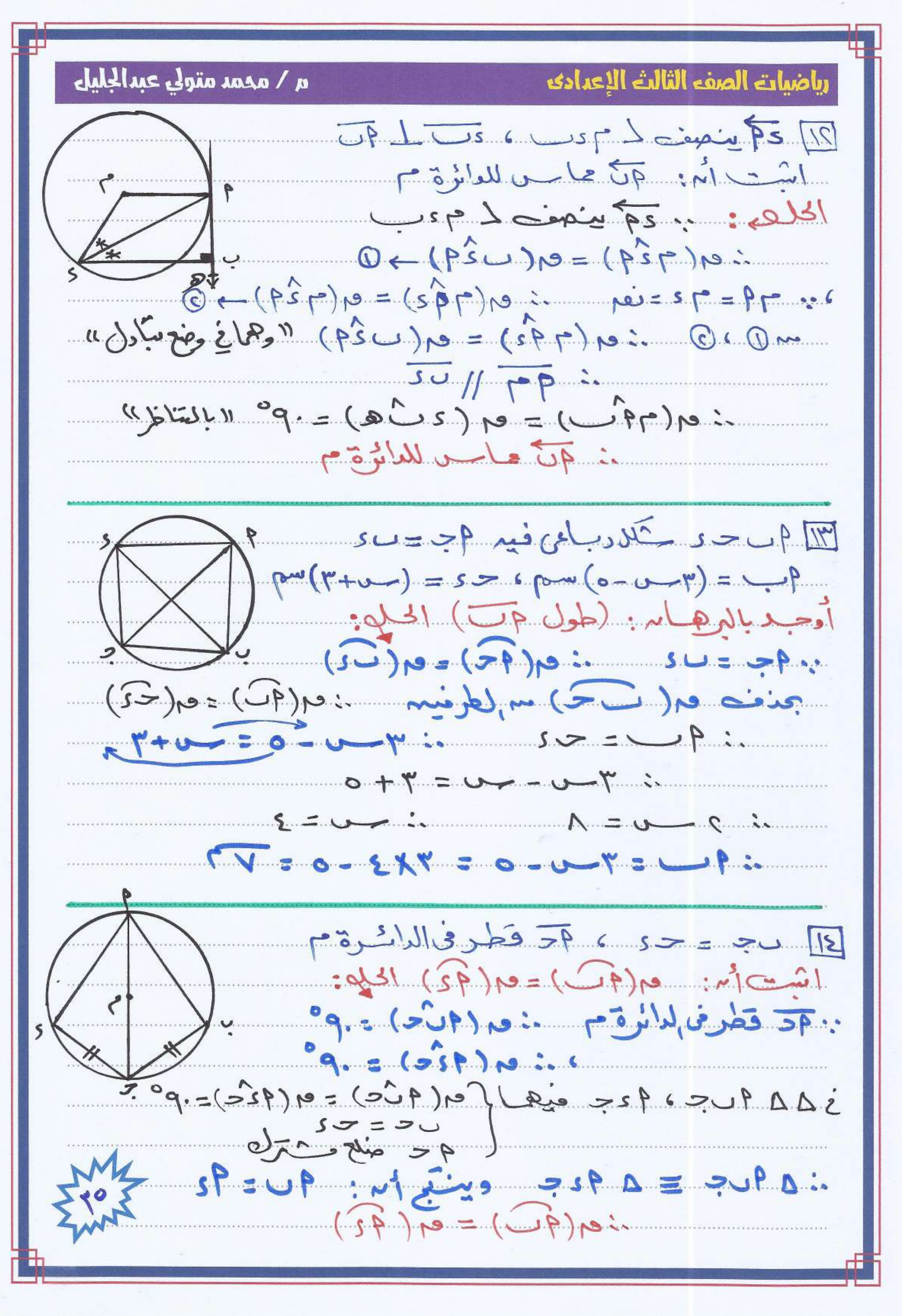
نرسم م أ ، ∵ م د ⊥ أ ب ∴ د منتصف أ ب

∴ أ د = ٤ سم   في △ أ م د ∴ (م د)² = (أ م)² − (أ د)²

= (٥)² − (٤)² = ٩   ∴ م د = ٣ سم

، ∵ م هـ = نق = ٥ سم

∴ د هـ = م هـ − م د = ٥ − ٣ = ٢ سم



١٢ $\overrightarrow{دأ}$ ينصف ∠ م د ب ، $\overline{دب} \perp \overline{أب}$

اثبت أن: $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م

الحل: ∵ $\overrightarrow{دأ}$ ينصف ∠ م د ب

∴ ق(∠ م د أ) = ق(∠ ب د أ) ← ①

، ∵ م أ = م د = نق ∴ ق(∠ م أ د) = ق(∠ م د أ) ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠ م أ د) = ق(∠ ب د أ) «وهما في وضع تبادل»

∴ $\overline{أم} \parallel \overline{بد}$

∴ ق(∠ م أ ب) = ق(∠ د ب هـ) = ٩٠° «بالتناظر»

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م

---

١٣ أ ب ج د شكل رباعي فيه أ ج = ب د

أ ب = (٣س − ٥) سم ، ج د = (س + ٣) سم

أوجد بالبرهان: (طول $\overline{أب}$) **الحل:**

∵ أ ج = ب د ∴ ق(⌒أ ج) = ق(⌒ب د)

بحذف ق(⌒ب ج) من الطرفين ∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒ج د)

∴ أ ب = ج د ∴ ٣س − ٥ = س + ٣

∴ ٣س − س = ٣ + ٥

∴ ٢س = ٨ ∴ س = ٤

∴ أ ب = ٣س − ٥ = ٣ × ٤ − ٥ = ٧ سم

---

١٤ ب ج = ج د ، $\overline{أج}$ قطر في الدائرة م

اثبت أن: ق(⌒أ ب) = ق(⌒أ د) **الحل:**

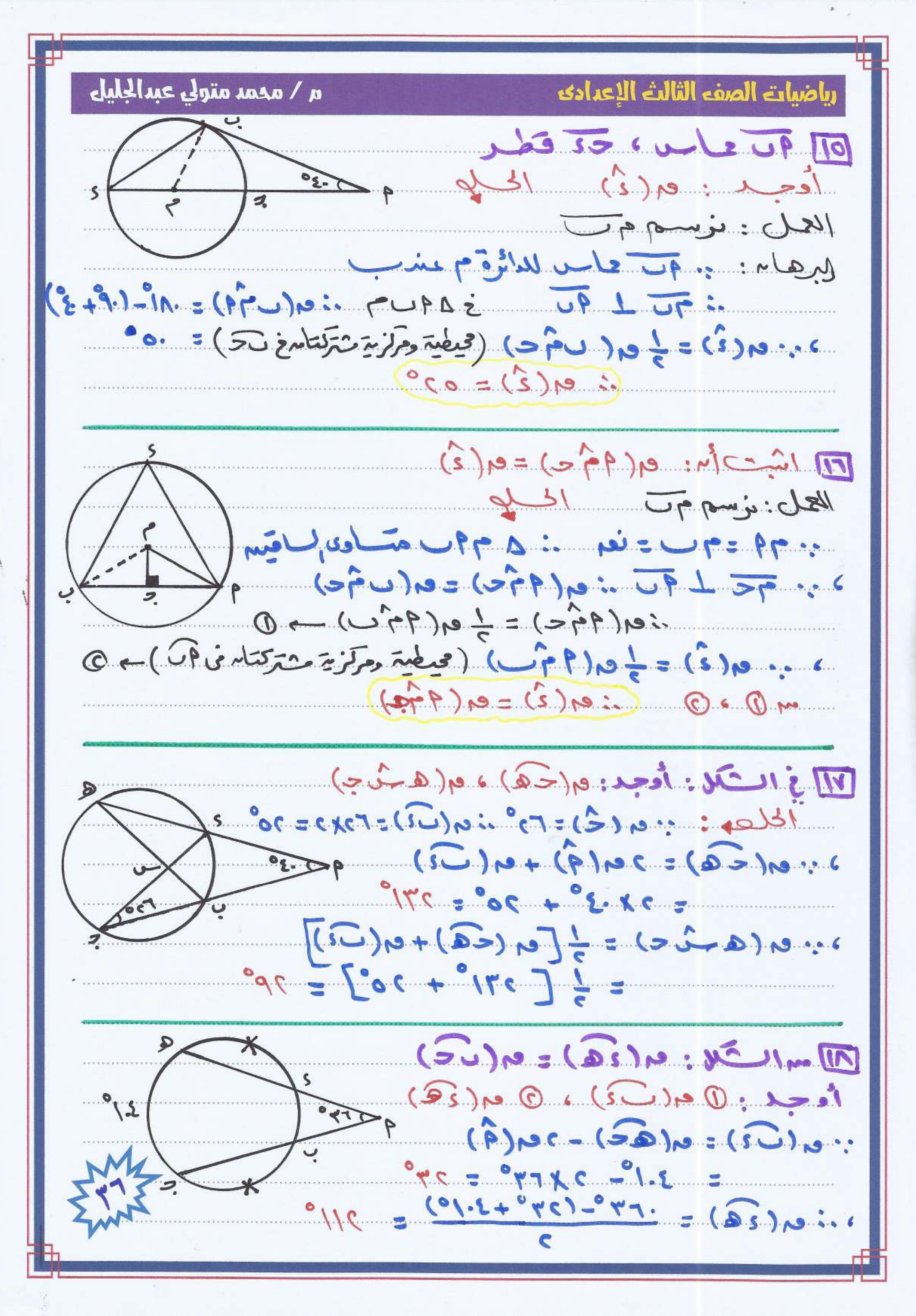
∵ $\overline{أج}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ أ ب ج) = ٩٠°

، ∴ ق(∠ أ د ج) = ٩٠°

في ΔΔ أ ب ج ، أ د ج فيهما:
- ق(∠ أ ب ج) = ق(∠ أ د ج) = ٩٠°
- ب ج = ج د
- أ ج ضلع مشترك

∴ Δ أ ب ج ≡ Δ أ د ج وينتج أن: أ ب = أ د

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒أ د)



١٥ أب مماس ، جد قطر

أوجد : ق(∠د) — الحل

العمل : نرسم م ب

البرهان : ∵ أب مماس للدائرة م عند ب

∴ م ب ⊥ أ ب — في Δ أ ب م ∴ ق(∠ب م أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

، ∵ ق(∠د) = ½ ق(∠ب م جـ) (محيطية ومركزية مشتركتان في ب جـ) = ٥٠°

∴ ق(∠د) = ٢٥°

---

١٦ اثبت أن : ق(∠أ م جـ) = ق(∠د)

الحل

العمل : نرسم م ب

∵ م أ = م ب = نق ∴ Δ م أ ب متساوى الساقين

، ∵ م جـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ م جـ) = ق(∠ب م جـ)

∴ ق(∠أ م جـ) = ½ ق(∠أ م ب) ← ①

، ∵ ق(∠د) = ½ ق(∠أ م ب) (محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب) ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠د) = ق(∠أ م جـ)

---

١٧ في الشكل : أوجد : ق(جـ هـ) ، ق(∠هـ س جـ)

الحل : ∵ ق(∠جـ) = ٢٦° ∴ ق(ب د) = ٢٦ × ٢ = ٥٢°

، ∵ ق(جـ هـ) = ٢ ق(∠أ) + ق(ب د)

= ٢ × ٤٠° + ٥٢° = ١٣٢°

، ∵ ق(∠هـ س جـ) = ½ [ق(جـ هـ) + ق(ب د)]

= ½ [١٣٢° + ٥٢°] = ٩٢°

---

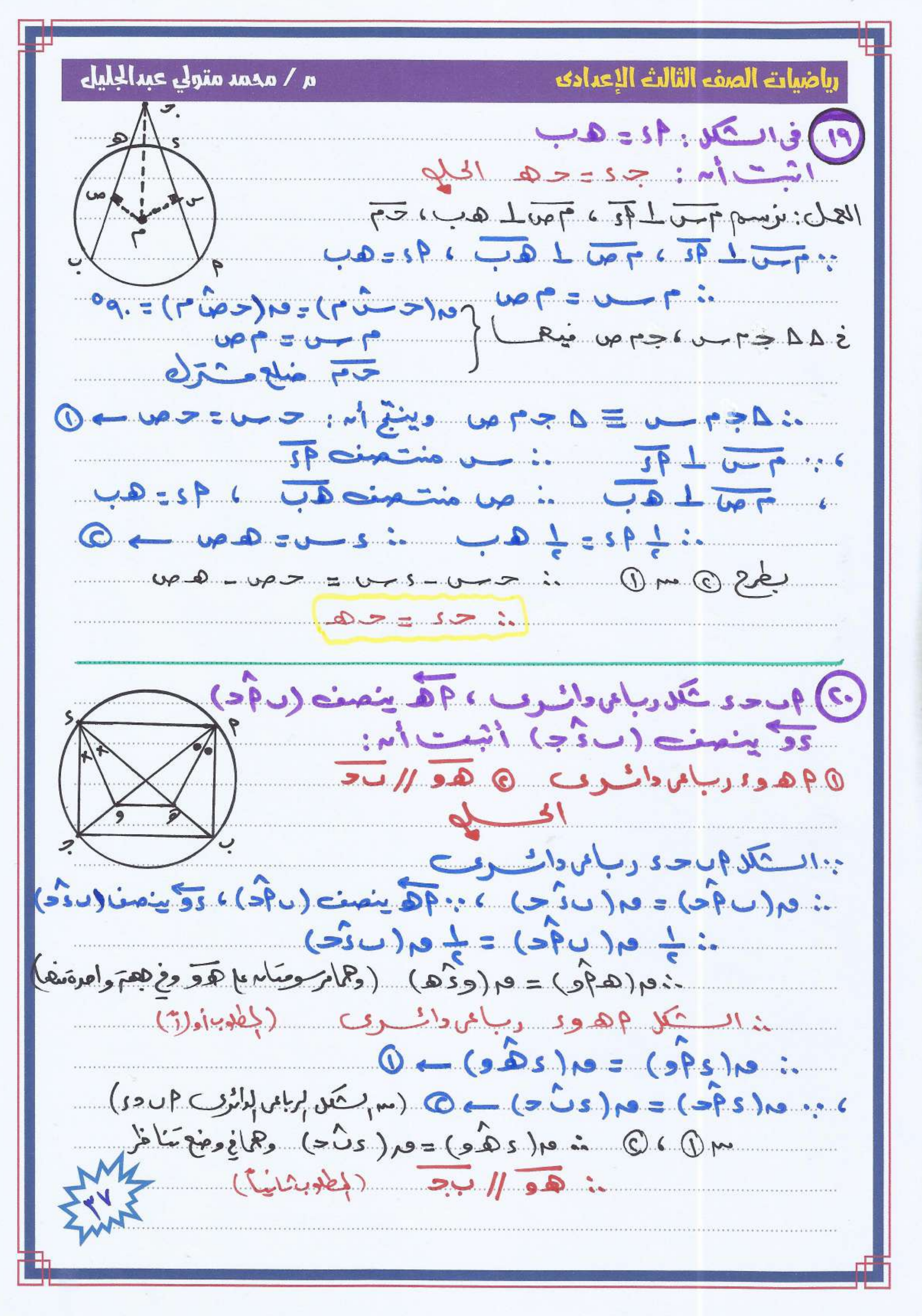
١٨ في الشكل : ق(د هـ) = ق(ب جـ)

أوجد : ① ق(ب د) ، ② ق(د هـ)

∵ ق(ب د) = ق(هـ جـ) − ٢ ق(∠أ)

= ١٠٤° − ٢ × ٣٦° = ٣٢°

، ∴ ق(د هـ) = (٣٦٠° − (٣٢° + ١٠٤°)) ÷ ٢ = ١١٢°



(19) في الشكل: أد = هـ ب

أثبت أن: جـ د = جـ هـ

الحل

العمل: نرسم $\overline{م س} \perp \overline{أد}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{هـ ب}$ ، $\overline{جـ م}$

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أد}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{هـ ب}$ ، أد = هـ ب

∴ م س = م ص

∵ ∆∆ جـ م س ، جـ م ص فيهما:
- ق(∠جـ س م) = ق(∠جـ ص م) = 90°
- م س = م ص
- $\overline{جـ م}$ ضلع مشترك

∴ ∆ جـ م س ≡ ∆ جـ م ص وينتج أن: جـ س = جـ ص ← (1)

، ∵ $\overline{م س} \perp \overline{أد}$ ∴ س منتصف $\overline{أد}$

، $\overline{م ص} \perp \overline{هـ ب}$ ∴ ص منتصف $\overline{هـ ب}$ ، أد = هـ ب

∴ ½ أد = ½ هـ ب ∴ د س = هـ ص ← (2)

بطرح (2) من (1) ∴ جـ س − د س = جـ ص − هـ ص

∴ جـ د = جـ هـ

---

(20) أ ب جـ د شكل رباعي دائري ، $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف (∠ب أ جـ)

$\overrightarrow{د و}$ ينصف (∠ب د جـ) أثبت أن:

(1) أ هـ و د رباعي دائري (2) $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$

الحل

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب د جـ) ، ∵ $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف (∠ب أ جـ) ، $\overrightarrow{د و}$ ينصف (∠ب د جـ)

∴ ½ ق(∠ب أ جـ) = ½ ق(∠ب د جـ)

∴ ق(∠هـ أ و) = ق(∠و د هـ) (وهما مرسومتان على $\overline{هـ و}$ وفي جهة واحدة منها)

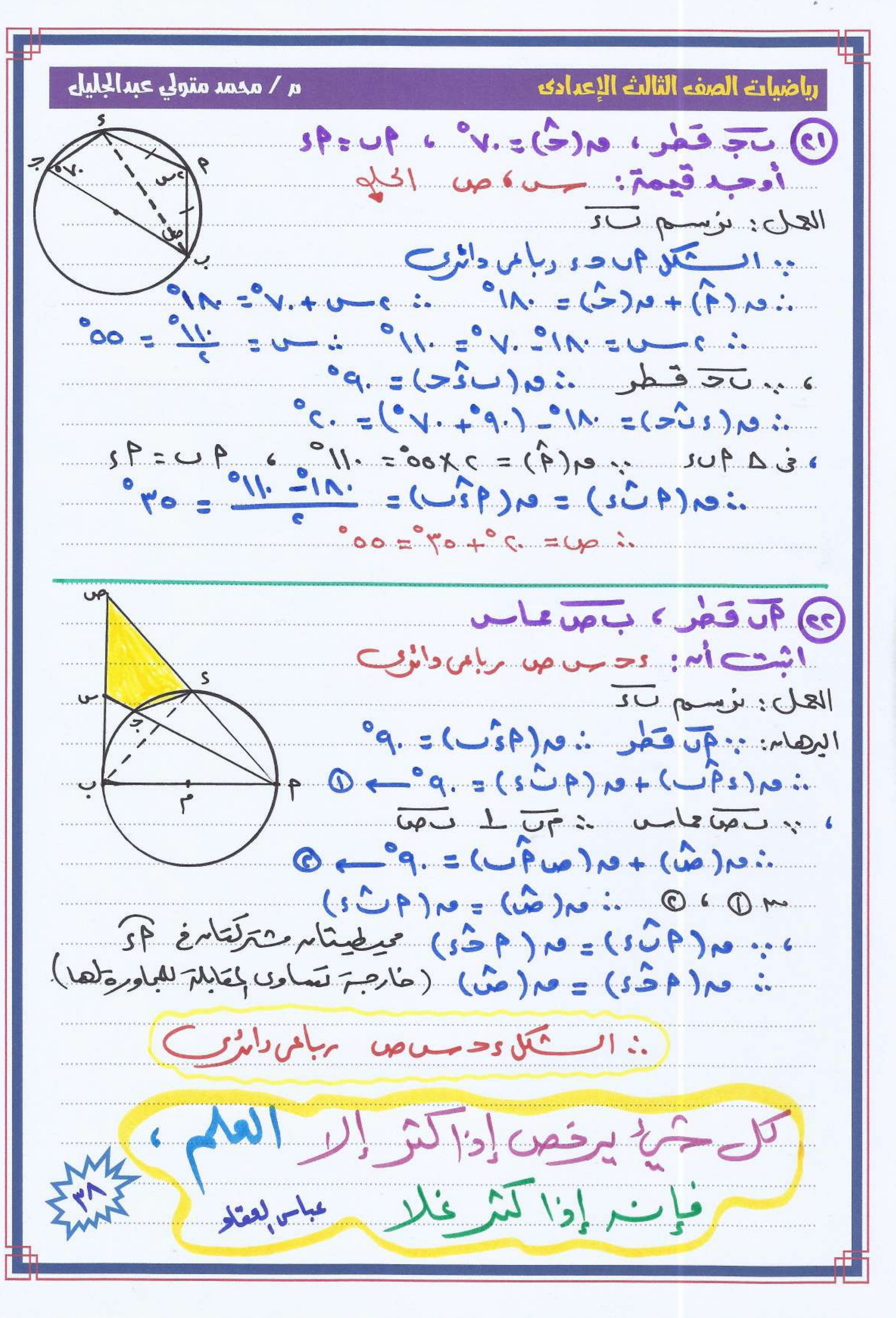
∴ الشكل أ هـ و د رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠د أ و) = ق(∠د هـ و) ← (1)

، ∵ ق(∠د أ جـ) = ق(∠د ب جـ) ← (2) (من الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ د)

من (1) ، (2) ∴ ق(∠د هـ و) = ق(∠د ب جـ) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$ (المطلوب ثانياً)



(٢١) بجـ قطر ، ق(جـ̂) = ٧٠° ، أب = أد

أوجد قيمة: س ، ص الحل

العمل: نرسم بد

∵ الشكل أبجـد رباعي دائري

∴ ق(أ̂) + ق(جـ̂) = ١٨٠° ∴ ٢س + ٧٠° = ١٨٠°

∴ ٢س = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° ∴ س = ١١٠/٢ = ٥٥°

، ∵ بجـ قطر ∴ ق(ب د̂ جـ) = ٩٠°

∴ ق(د ب̂ جـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٠°) = ٢٠°

، في Δ أبد ∵ ق(أ̂) = ٢ × ٥٥° = ١١٠° ، أب = أد

∴ ق(أ ب̂ د) = ق(أ د̂ ب) = (١٨٠° − ١١٠°) / ٢ = ٣٥°

∴ ص = ٢٠° + ٣٥° = ٥٥°

---

(٢٢) أب قطر ، ب ص مماس

اثبت أن: د جـ س ص رباعي دائري

العمل: نرسم ب د

البرهان: ∵ أب قطر ∴ ق(أ د̂ ب) = ٩٠°

∴ ق(ب أ̂ د) + ق(أ ب̂ د) = ٩٠° ← ①

، ∵ ب ص مماس ∴ أب ⊥ ب ص

∴ ق(ص̂) + ق(ص أ̂ ب) = ٩٠° ← ②

من ① ، ② ∴ ق(ص̂) = ق(أ ب̂ د)

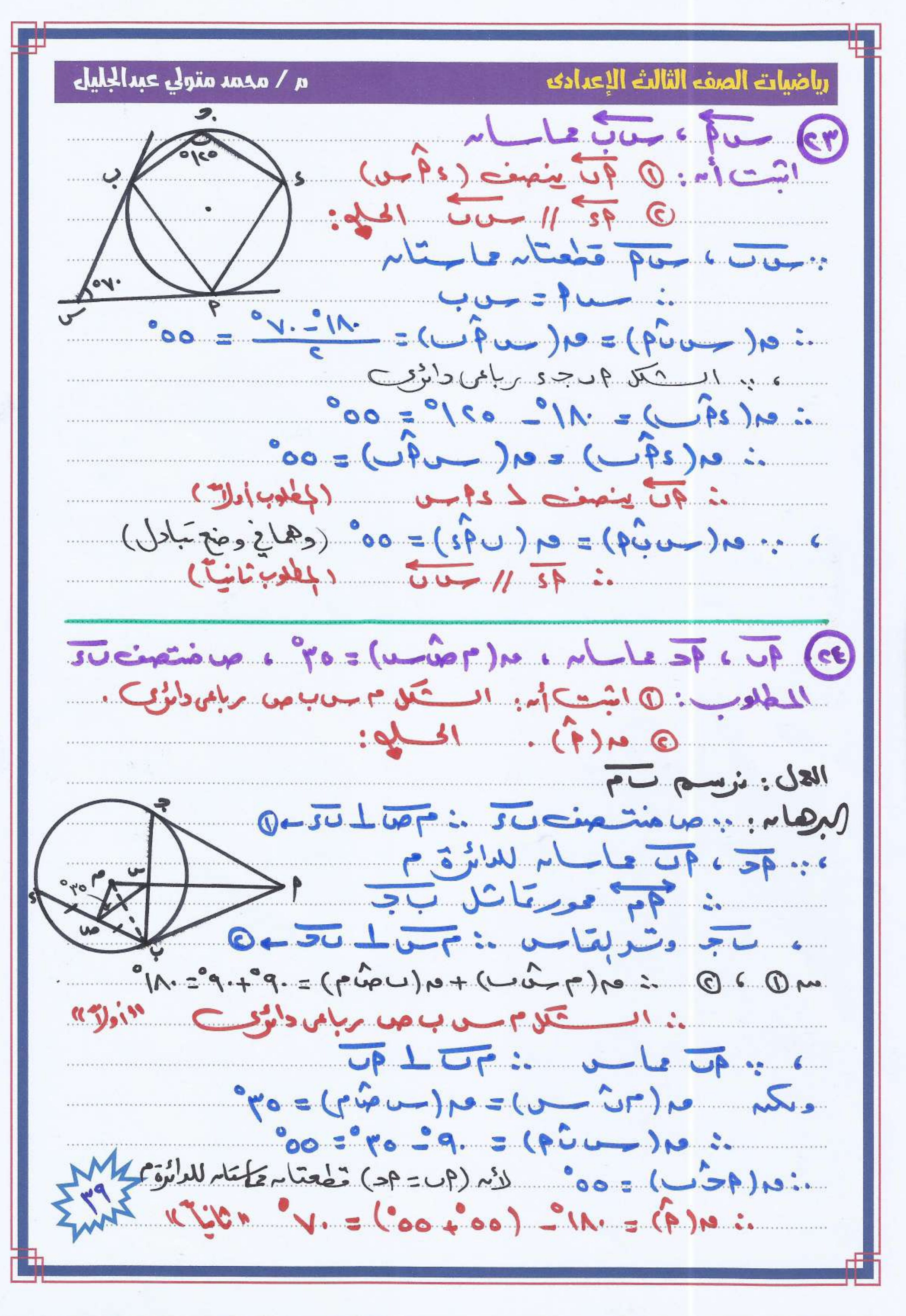
، ∵ ق(أ ب̂ د) = ق(أ جـ̂ د) محيطيتان مشتركتان في أد

∴ ق(أ جـ̂ د) = ق(ص̂) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

∴ الشكل د جـ س ص رباعي دائري

كل شيء يرخص إذا كثر إلا العلم ، فإنه إذا كثر غلا

عباس العقاد



(٢٣) سَ أ ، سَ ب مماسان

اثبت أن: ① أ ب ينصف (∠ د أ س)

② أ د // سَ ب

الحل:

∵ سَ ب ، سَ أ قطعتان مماستان

∴ س أ = س ب

∴ ق(∠س ب أ) = ق(∠س أ ب) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

، ∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠د أ ب) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

∴ ق(∠د أ ب) = ق(∠س أ ب) = ٥٥°

∴ أ ب ينصف ∠ د أ س (المطلوب أولاً)

، ∵ ق(∠س ب أ) = ق(∠ب أ د) = ٥٥° (وهما في وضع تبادل)

∴ أ د // سَ ب (المطلوب ثانياً)

---

(٢٤) أ ب ، أ جـ مماسان ، ق(∠م ص س) = ٣٥° ، ص منتصف ب د

المطلوب: ① اثبت أن: الشكل م س ب ص رباعي دائري.

② ق(∠أ). الحل:

العمل: نرسم ب م

البرهان: ∵ ص منتصف ب د ∴ م ص ⊥ ب د ← ①

، ∵ أ جـ ، أ ب مماسان للدائرة م

∴ أ م محور تماثل ب جـ

، ب جـ وتر لها ∴ م س ⊥ ب جـ ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠م س ب) + ق(∠ب ص م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل م س ب ص رباعي دائري "أولاً"

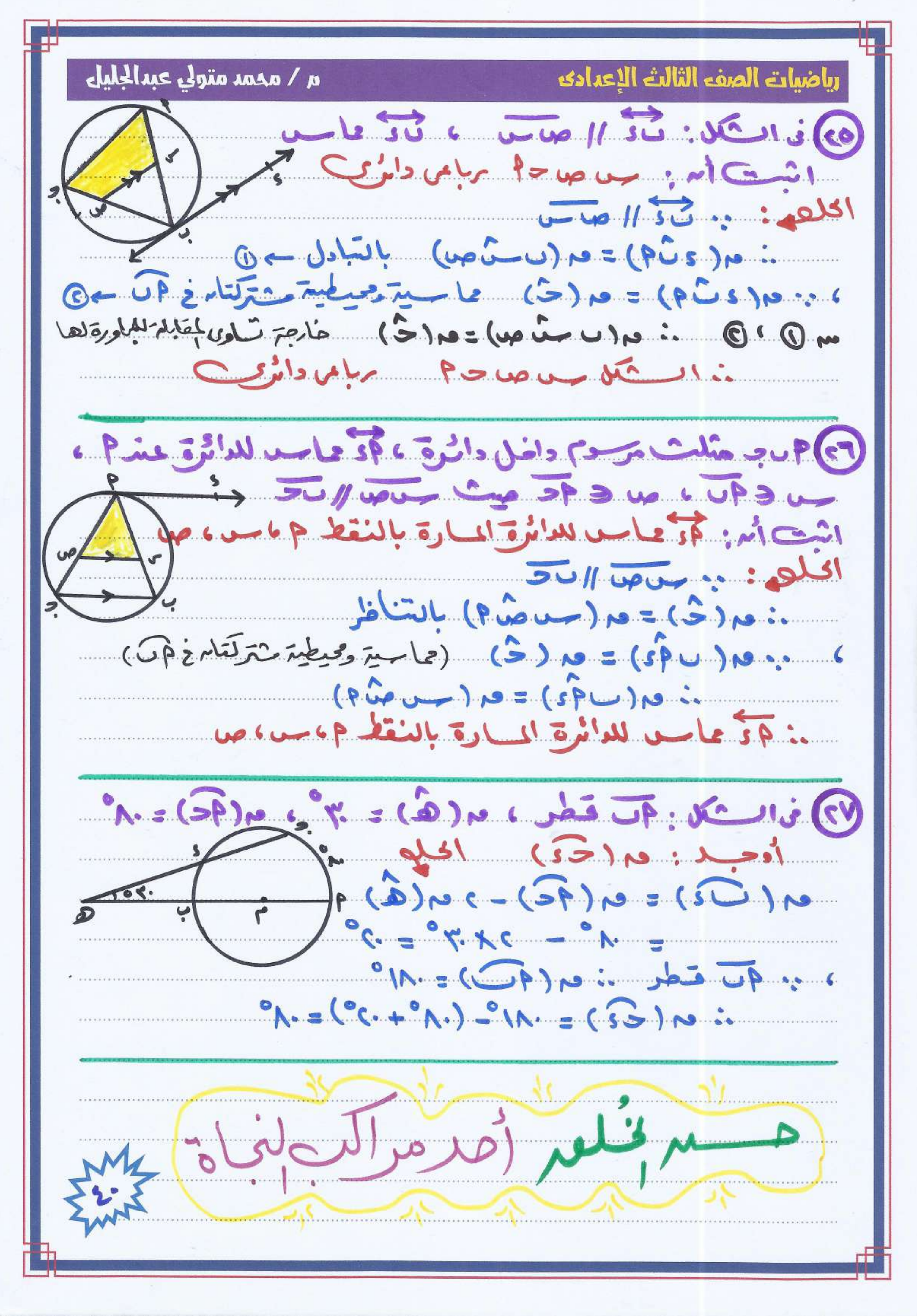
، ∵ أ ب مماس ∴ م ب ⊥ أ ب

ولكن ق(∠م ب س) = ق(∠س ص م) = ٣٥°

∴ ق(∠س ب أ) = ٩٠° − ٣٥° = ٥٥°

∴ ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° لأنه (أ ب = أ جـ) قطعتان مماستان للدائرة م

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٥٥° + ٥٥°) = ٧٠° "ثانياً"



(٢٥) في الشكل: $\overleftrightarrow{ب د}$ // $\overline{ص س}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماس

اثبت أن: س ص جـ أ رباعي دائري

الحل: ∵ $\overleftrightarrow{ب د}$ // $\overline{ص س}$

∴ ق(د ب̂ أ) = ق(ب س̂ ص) بالتبادل ← (١)

، ∵ ق(د ب̂ أ) = ق(جـ̂) مماسية ومحيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أ ب}$ ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(ب س̂ ص) = ق(جـ̂) خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل س ص جـ أ رباعي دائري

---

(٢٦) أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{أ د}$ مماس للدائرة عند أ ، س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{أ جـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

اثبت أن: $\overleftrightarrow{أ د}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

الحل: ∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

∴ ق(جـ̂) = ق(س ص̂ أ) بالتناظر

، ∵ ق(ب أ̂ د) = ق(جـ̂) (مماسية ومحيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أ ب}$)

∴ ق(س أ̂ د) = ق(س ص̂ أ)

∴ $\overleftrightarrow{أ د}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

---

(٢٧) في الشكل: $\overline{أ ب}$ قطر ، ق(هـ̂) = ٣٠° ، ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ٨٠°

أوجد: ق($\overset{\frown}{جـ د}$)

الحل

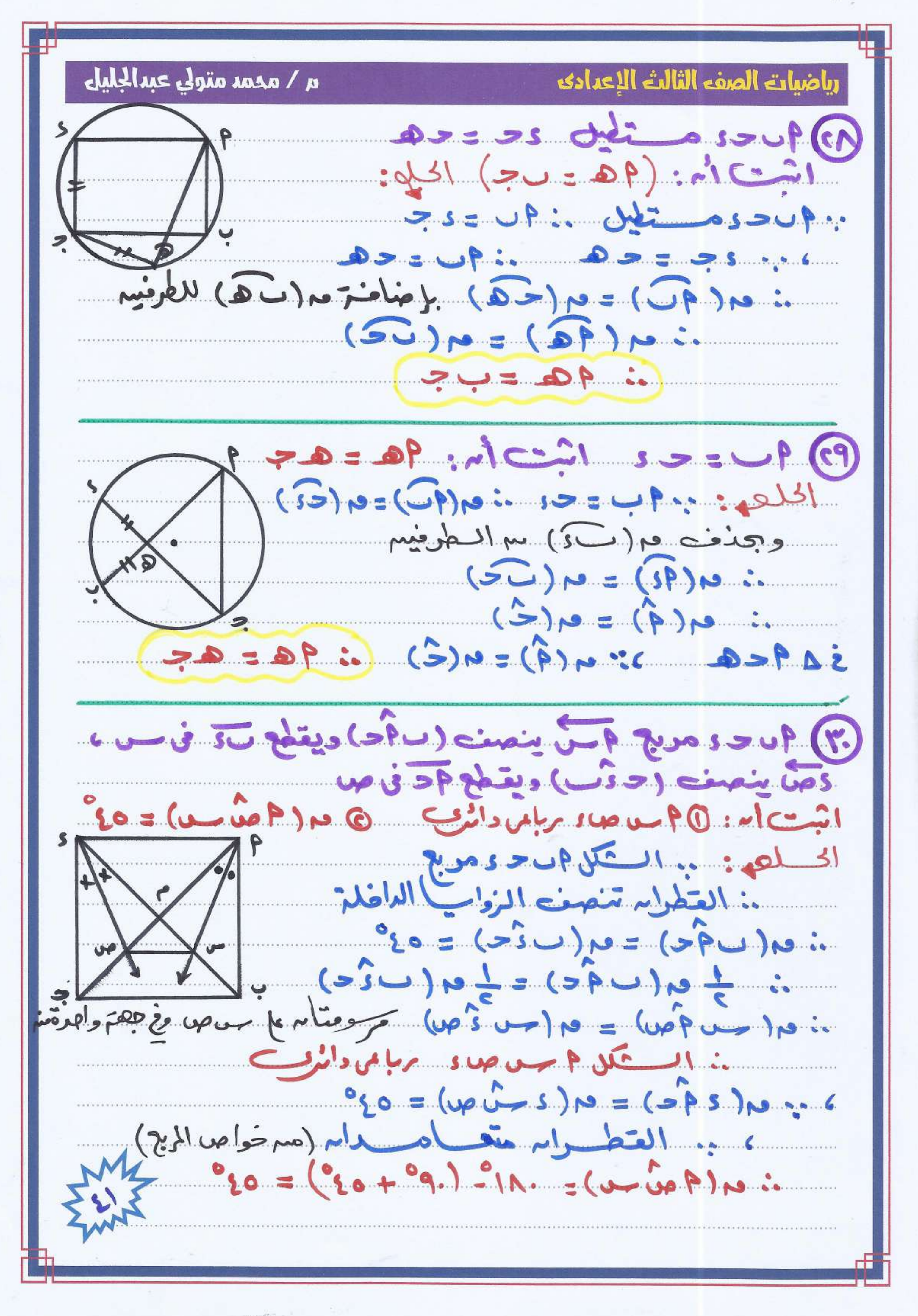
ق($\overset{\frown}{ب د}$) = ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) − ٢ ق(هـ̂)

= ٨٠° − ٢ × ٣٠° = ٢٠°

، ∵ $\overline{أ ب}$ قطر ∴ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ١٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{جـ د}$) = ١٨٠° − (٨٠° + ٢٠°) = ٨٠°

حسن الخلق أحد مراكب النجاة



(٢٨) أ ب حـ ء مستطيل ، ء حـ = حـ هـ

اثبت أن : (أ هـ = ب جـ) الحل :

∵ أ ب حـ ء مستطيل ∴ أ ب = ء جـ

، ∵ ء جـ = حـ هـ ∴ أ ب = حـ هـ

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{حـ هـ}$) بإضافة ق($\overset{\frown}{ب هـ}$) للطرفين

∴ ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) = ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)

∴ أ هـ = ب جـ

---

(٢٩) أ ب = حـ ء اثبت أن : أ هـ = هـ جـ

الحل : ∵ أ ب = حـ ء ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{حـ ء}$)

وبحذف ق($\overset{\frown}{ب ء}$) من الطرفين

∴ ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)

∴ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{حـ}$)

في Δ أ حـ هـ ∵ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{حـ}$) ∴ أ هـ = هـ جـ

---

(٣٠) أ ب حـ ء مربع $\overrightarrow{أس}$ ينصف (ب $\hat{أ}$ حـ) ويقطع $\overline{ب ء}$ في س ، $\overrightarrow{ء ص}$ ينصف (حـ $\hat{ء}$ ب) ويقطع $\overline{أ حـ}$ في ص

اثبت أن : ① أ س ص ء رباعي دائري ② ق(أ $\hat{ص}$ س) = ٤٥°

الحل : ∵ الشكل أ ب حـ ء مربع

∴ القطران تنصف الزوايا الداخلة

∴ ق(ب $\hat{أ}$ حـ) = ق(ب $\hat{ء}$ حـ) = ٤٥°

∴ $\frac{1}{2}$ ق(ب $\hat{أ}$ حـ) = $\frac{1}{2}$ ق(ب $\hat{ء}$ حـ)

∴ ق(س $\hat{أ}$ ص) = ق(س $\hat{ء}$ ص) مرسومتان على س ص وفي جهة واحدة منه

∴ الشكل أ س ص ء رباعي دائري

، ∵ ق(ء $\hat{أ}$ حـ) = ق(ء $\hat{س}$ ص) = ٤٥°

، ∵ القطران متعامدان (من خواص المربع)

∴ ق(أ $\hat{ص}$ س) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°



(٣١) س ، ص منتصفات $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$

اثبت أن: ① أ س ص م رباعي دائري

② ق(∠م س ص) = ق(∠م جـ ص) ③ $\overline{أم}$ قطر الدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص ، م

الحل: ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$

، ∵ ص منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{مص} \perp \overline{أجـ}$

∴ ق(∠أ ص م) = ق(∠أ س م) = 90°

مرسومتان على $\overline{أم}$ ومن جهة واحدة منه

∴ الشكل أ س ص م رباعي دائري «أولاً»

∴ ق(∠م أ ص) = ق(∠م س ص)

، ق(∠م أ ص) = ق(∠م جـ ص) (لأنه م أ = م جـ = نق)

∴ ق(∠م س ص) = ق(∠م جـ ص) «ثانياً»

∵ ق(∠أ ص م) = 90° ، ق(∠أ س م) = 90° مرسومتان على $\overline{أم}$

∴ $\overline{أم}$ قطر للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص ، م

---

(٣٢) $\overline{جـ د}$ قطر ⊥ $\overline{أب}$ ، $\overline{س ب}$ قطر

اثبت أن: ① جـ س ص هـ رباعي دائري

② ق(∠د ص ب) = ق(∠د ث س)

الحل: ∵ $\overline{جـ د}$ قطر ∴ ق(∠جـ د س) = 90°

∴ ق(∠جـ س ص) + ق(∠ص هـ جـ) = $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

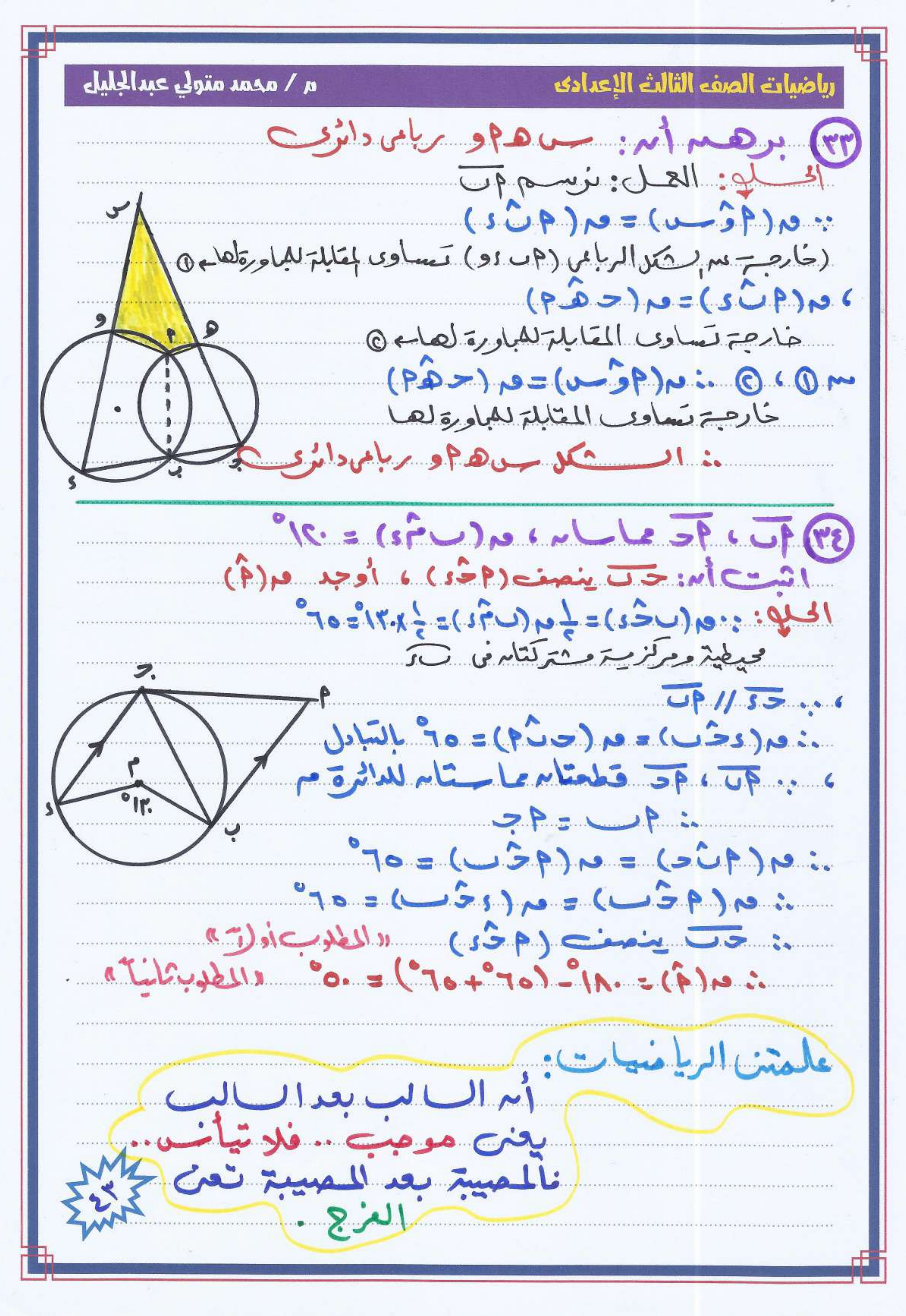
∴ الشكل جـ س ص هـ رباعي دائري

، ∵ ق(∠د ص ب) = ق(∠جـ) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

، ق(∠جـ) = ق(∠د ث س) محيطيتان مشتركتان في ($\overset{\frown}{س د}$)

∴ ق(∠د ص ب) = ق(∠د ث س) «المطلوب ثانياً»

الصلاة عماد الدين فحافظ عليها



(٣٣) برهن أن: س هـ م و رباعي دائري

الحل: العمل: نرسم $\overline{م ب}$

∵ ق(∠م و س) = ق(∠م ب د)

(خارجة عن الشكل الرباعي (م ب د و) تساوي المقابلة للمجاورة لها) (١)

، ق(∠م ب د) = ق(∠جـ هـ م)

خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(∠م و س) = ق(∠جـ هـ م)

خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل س هـ م و رباعي دائري

---

(٣٤) $\overline{م ب}$ ، $\overline{م جـ}$ مماسان ، ق(∠ب م د) = ١٢٠°

اثبت أن: $\overline{جـ ب}$ ينصف (∠م جـ د) ، أوجد ق(∠م)

الحل: ∵ ق(∠ب جـ د) = ½ ق(∠ب م د) = ½ × ١٣٠° = ٦٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في ب د

، ∵ $\overline{جـ د}$ // $\overline{م ب}$

∴ ق(∠د جـ ب) = ق(∠جـ ب م) = ٦٥° بالتبادل

، ∵ $\overline{م ب}$ ، $\overline{م جـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ م ب = م جـ

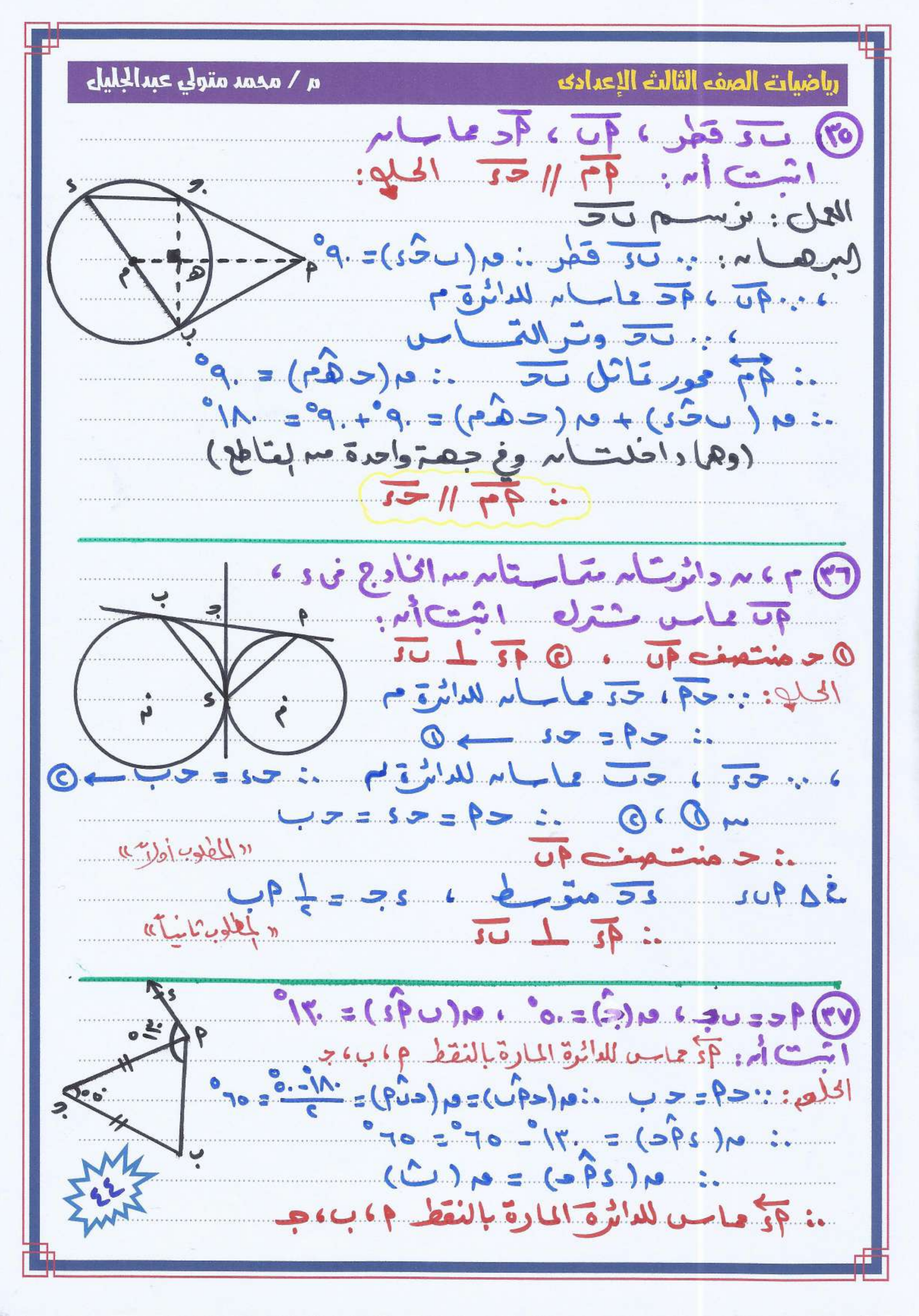
∴ ق(∠م ب جـ) = ق(∠م جـ ب) = ٦٥°

∴ ق(∠م جـ ب) = ق(∠د جـ ب) = ٦٥°

∴ $\overline{جـ ب}$ ينصف (∠م جـ د) «المطلوب أولاً»

∴ ق(∠م) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠° «المطلوب ثانياً»

علمتني الرياضيات:
أن السالب بعد السالب
يعني موجب .. فلا تيأس ..
فالمصيبة بعد المصيبة تعني
العزم .



(٣٥) $\overline{ب د}$ قطر ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أج}$ مماسان

اثبت أن: $\overline{أم} \parallel \overline{جد}$

الحل:

العمل: نرسم $\overline{ب ج}$

البرهان: ∵ $\overline{ب د}$ قطر ∴ ق(∠ب ج د) = ٩٠°

، ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أج}$ مماسان للدائرة م

، ∵ $\overline{ب ج}$ وتر التماس

∴ $\overleftrightarrow{أم}$ محور تماثل $\overline{ب ج}$ ∴ ق(∠ج هـ م) = ٩٠°

∴ ق(∠ب ج د) + ق(∠ج هـ م) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

(وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ $\overline{أم} \parallel \overline{جد}$

---

(٣٦) م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في د ،

$\overline{أب}$ مماس مشترك اثبت أن:

① ج منتصف $\overline{أب}$ ، ② $\overline{أد} \perp \overline{ب د}$

الحل: ∵ $\overline{جأ}$ ، $\overline{جد}$ مماسان للدائرة م

∴ ج أ = ج د ← ①

، ∵ $\overline{جد}$ ، $\overline{جب}$ مماسان للدائرة ن ∴ ج د = ج ب ← ②

من ① ، ② ∴ ج أ = ج د = ج ب

∴ ج منتصف $\overline{أب}$ «المطلوب أولاً»

في Δ أ ب د $\overline{د ج}$ متوسط ، د ج = $\frac{1}{2}$ أ ب

∴ $\overline{أد} \perp \overline{ب د}$ «المطلوب ثانياً»

---

(٣٧) أ ج = ب ج ، ق(∠ج) = ٥٠° ، ق(∠ب أ د) = ١٣٠°

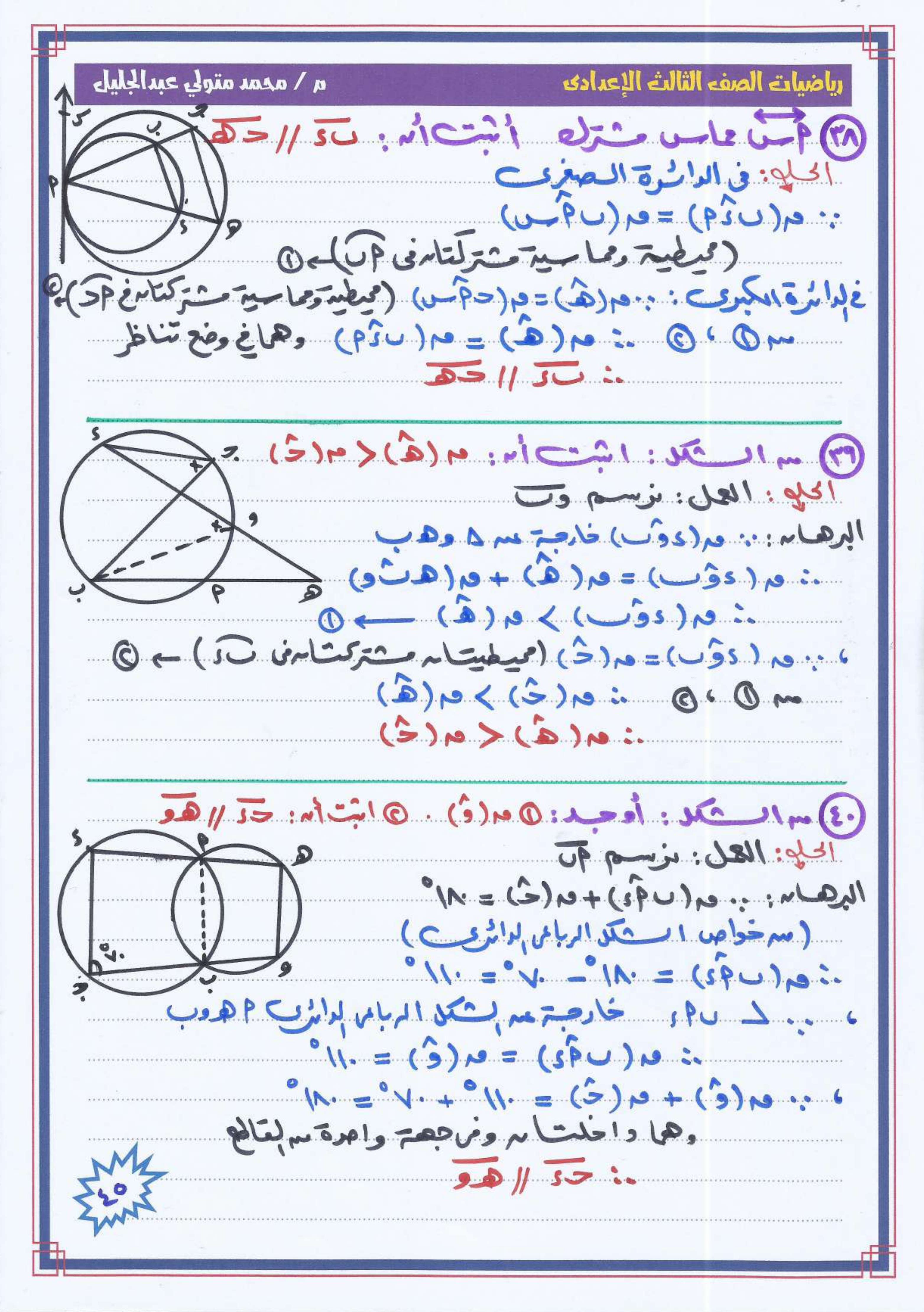
اثبت أن: $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ج

الحل: ∵ أ ج = ج ب ∴ ق(∠ج أ ب) = ق(∠ج ب أ) = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢}$ = ٦٥°

∴ ق(∠د أ ج) = ١٣٠° − ٦٥° = ٦٥°

∴ ق(∠د أ ج) = ق(∠ب)

∴ $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ج



(٣٨) أس ↔ مماس مشترك أثبت أن: بء // جـهـ

الحل: في الدائرة الصغرى

∵ ق(∠ب ء أ) = ق(∠ب أ س)

(محيطية ومماسية مشتركتان في ⌒أب) ← ①

في الدائرة الكبرى: ∵ ق(∠هـ) = ق(∠جـ أ س) (محيطية ومماسية مشتركتان في ⌒أجـ) ②

من ①، ② ∴ ق(∠هـ) = ق(∠ب ء أ) وهما في وضع تناظر

∴ بء // جـهـ

(٣٩) من الشكل: اثبت أن: ق(∠هـ) < ق(∠جـ)

الحل: العمل: نرسم وب

البرهان: ∵ ق(∠ء و ب) خارجة عن △ و هـ ب

∴ ق(∠ء و ب) = ق(∠هـ) + ق(∠هـ ب و)

∴ ق(∠ء و ب) > ق(∠هـ) ← ①

، ∵ ق(∠ء و ب) = ق(∠جـ) (محيطيتان مشتركتان في ⌒بء) ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠جـ) > ق(∠هـ)

∴ ق(∠هـ) < ق(∠جـ)

(٤٠) من الشكل: أوجد: ① ق(∠و) . ② اثبت أن: جـء // هـو

الحل: العمل: نرسم أب

البرهان: ∵ ق(∠ب أ ء) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

(من خواص الشكل الرباعي الدائري)

∴ ق(∠ب أ ء) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

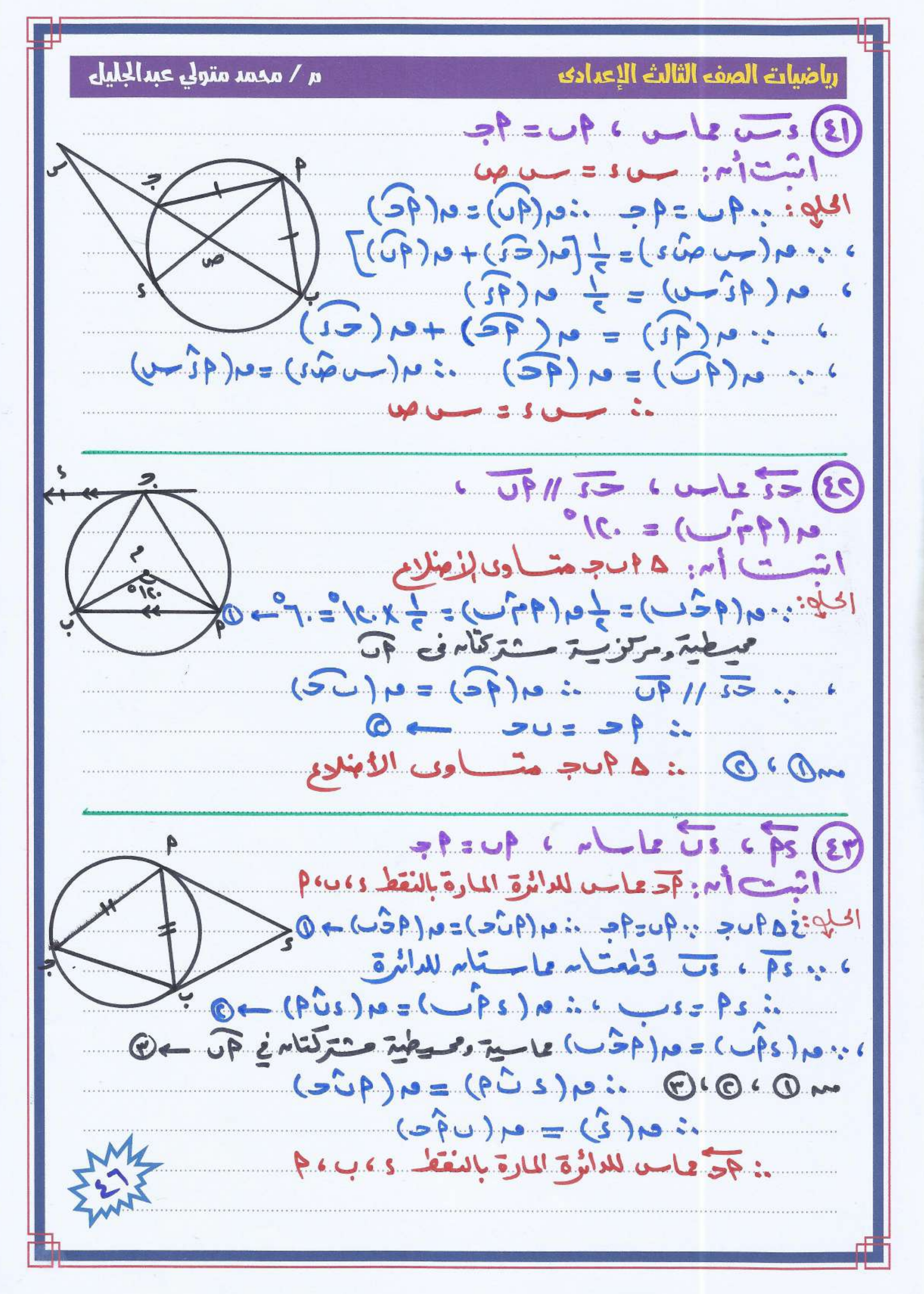
، ∵ ∠ب أ ء خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ هـ و ب

∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠و) = ١١٠°

، ∵ ق(∠و) + ق(∠جـ) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ جـء // هـو



(٤١) سد مماس ، أب = أج

اثبت أن: س د = س ص

الحل: ∵ أب = أج ∴ ق(أب⌒) = ق(أج⌒)

، ∵ ق(∠س ص د) = ½ [ق(د ج⌒) + ق(أب⌒)]

، ق(∠أ د س) = ½ ق(أد⌒)

، ∵ ق(أد⌒) = ق(أج⌒) + ق(ج د⌒)

، ∵ ق(أب⌒) = ق(أج⌒) ∴ ق(∠س ص د) = ق(∠أ د س)

∴ س د = س ص

---

(٤٢) د ج مماس ، د ج // أب ،

ق(∠أ م ب) = ١٢٠°

اثبت أن: △ أ ب ج متساوى الأضلاع

الحل: ∵ ق(∠أ ج ب) = ½ ق(∠أ م ب) = ½ × ١٢٠° = ٦٠° ← (١)

محيطية ومركزية مشتركتان فى أب⌒

، ∵ ج د // أب ∴ ق(أج⌒) = ق(ب ج⌒)

∴ أج = ب ج ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ △ أ ب ج متساوى الأضلاع

---

(٤٣) د أ ، د ب مماسان ، أب = أج

اثبت أن: أج مماس للدائرة المارة بالنقط د ، ب ، أ

الحل: فى △ أ ب ج ∵ أب = أج ∴ ق(∠أ ب ج) = ق(∠أ ج ب) ← (١)

، ∵ د أ ، د ب قطعتان مماستان للدائرة

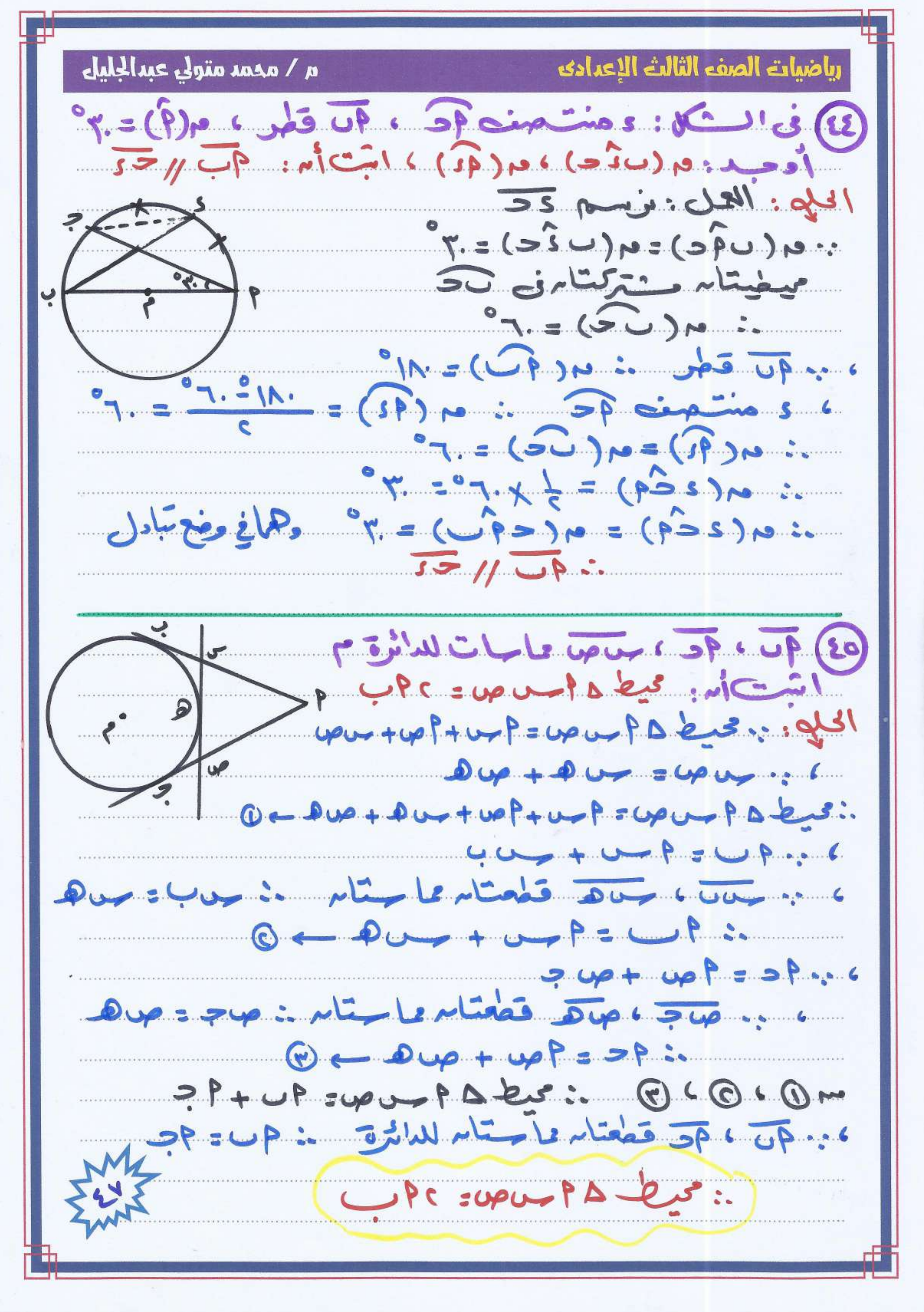
∴ د أ = د ب ، ∴ ق(∠د أ ب) = ق(∠د ب أ) ← (٢)

، ∵ ق(∠د أ ب) = ق(∠أ ج ب) مماسية ومحيطية مشتركتان فى أب⌒ ← (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ ق(∠د ب أ) = ق(∠أ ب ج)

∴ ق(∠د) = ق(∠ب أ ج)

∴ أج مماس للدائرة المارة بالنقط د ، ب ، أ



(٤٤) في الشكل: د منتصف ⌢أجـ ، أب قطر ، ق(∠أ) = ٣٠°

أوجد: ق(∠ب د جـ) ، ق(⌢أد) ، اثبت أن: أب // جـ د

الحل: العمل: نرسم جـ د

∵ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب د جـ) = ٣٠°

محيطيتان مشتركتان في ⌢ب جـ

∴ ق(⌢ب جـ) = ٦٠°

، ∵ أب قطر ∴ ق(⌢أب) = ١٨٠°

، د منتصف ⌢أجـ ∴ ق(⌢أد) = $\frac{١٨٠° - ٦٠°}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(⌢أد) = ق(⌢ب جـ) = ٦٠°

∴ ق(∠د جـ أ) = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠° = ٣٠°

∴ ق(∠د جـ أ) = ق(∠جـ أ ب) = ٣٠° وهما في وضع تبادل

∴ أب // جـ د

---

(٤٥) أب ، أجـ ، س ص مماسات للدائرة م

اثبت أن: محيط △أ س ص = ٢ أب

الحل: ∵ محيط △أ س ص = أس + أص + س ص

، ∵ س ص = س هـ + ص هـ

∴ محيط △أ س ص = أس + أص + س هـ + ص هـ ← (١)

، ∵ أب = أس + س ب

، ∵ س ب ، س هـ قطعتان مماستان ∴ س ب = س هـ

∴ أب = أس + س هـ ← (٢)

، ∵ أجـ = أص + ص جـ

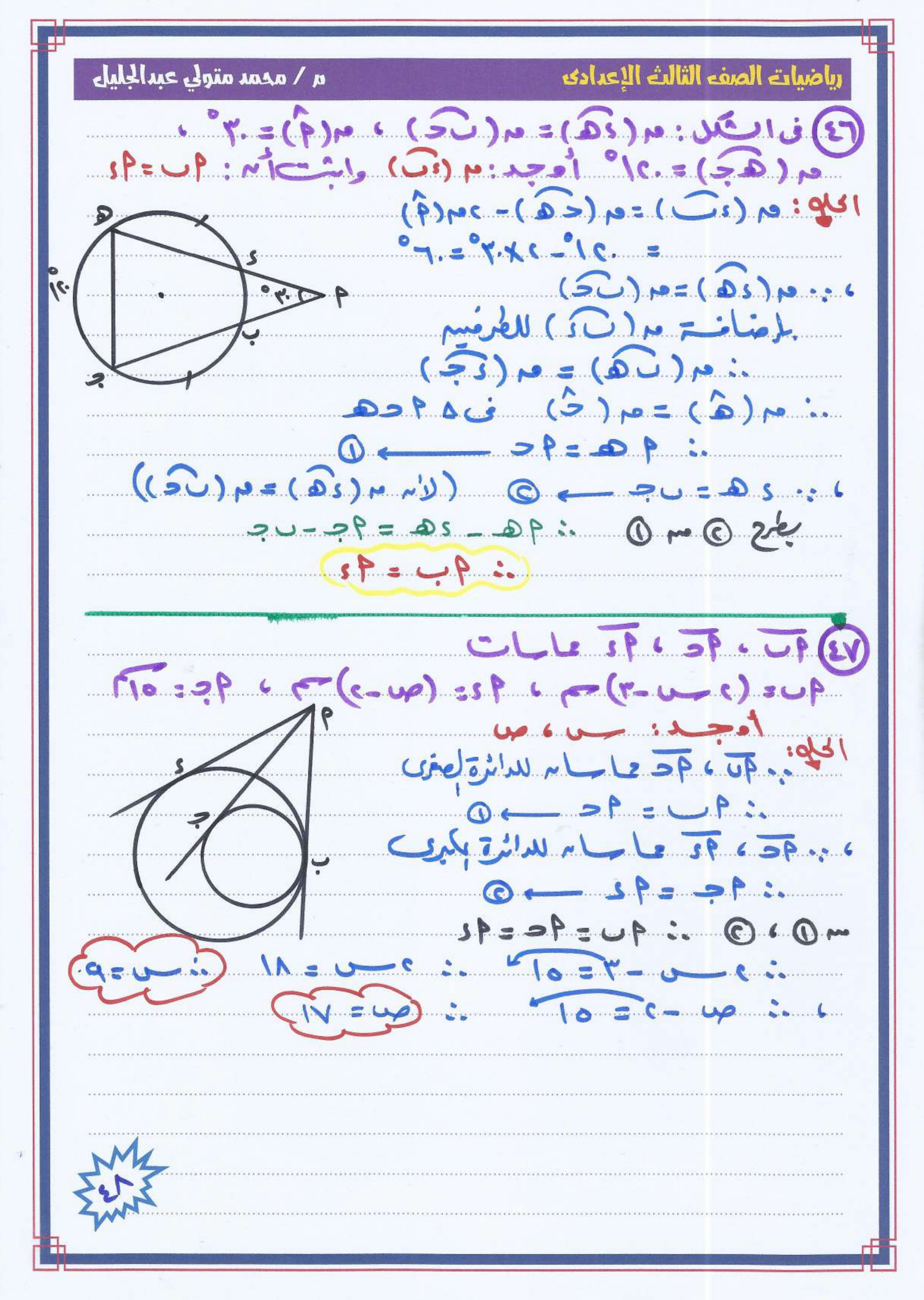
، ∵ ص جـ ، ص هـ قطعتان مماستان ∴ ص جـ = ص هـ

∴ أجـ = أص + ص هـ ← (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ محيط △أ س ص = أب + أجـ

، ∵ أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة ∴ أب = أجـ

∴ محيط △أ س ص = ٢ أب



(46) في الشكل: م($\overset{\frown}{\text{ده}}$) = م($\overset{\frown}{\text{بج}}$) ، م($\hat{\text{أ}}$) = 30° ، م($\overset{\frown}{\text{هج}}$) = 120° أوجد: م($\overset{\frown}{\text{دب}}$) واثبت أن: أب = أد

الحل: م($\overset{\frown}{\text{دب}}$) = م($\overset{\frown}{\text{جه}}$) − 2م($\hat{\text{أ}}$)

$= 120^\circ - 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

، ∵ م($\overset{\frown}{\text{ده}}$) = م($\overset{\frown}{\text{بج}}$)

بإضافة م($\overset{\frown}{\text{بد}}$) للطرفين

∴ م($\overset{\frown}{\text{به}}$) = م($\overset{\frown}{\text{دج}}$)

∴ م($\hat{\text{ه}}$) = م($\hat{\text{ج}}$) في △ أجه

∴ أه = أج ⟵ (1)

، ∵ ده = بج ⟵ (2) (لأن م($\overset{\frown}{\text{ده}}$) = م($\overset{\frown}{\text{بج}}$))

بطرح (2) من (1) ∴ أه − ده = أج − بج

∴ أب = أد

---

(47) $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أج}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ مماسات

أب = (2س − 3) سم ، أد = (ص − 2) سم ، أج = 15 سم

أوجد: س ، ص

الحل: ∵ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أج}}$ مماسان للدائرة الصغرى

∴ أب = أج ⟵ (1)

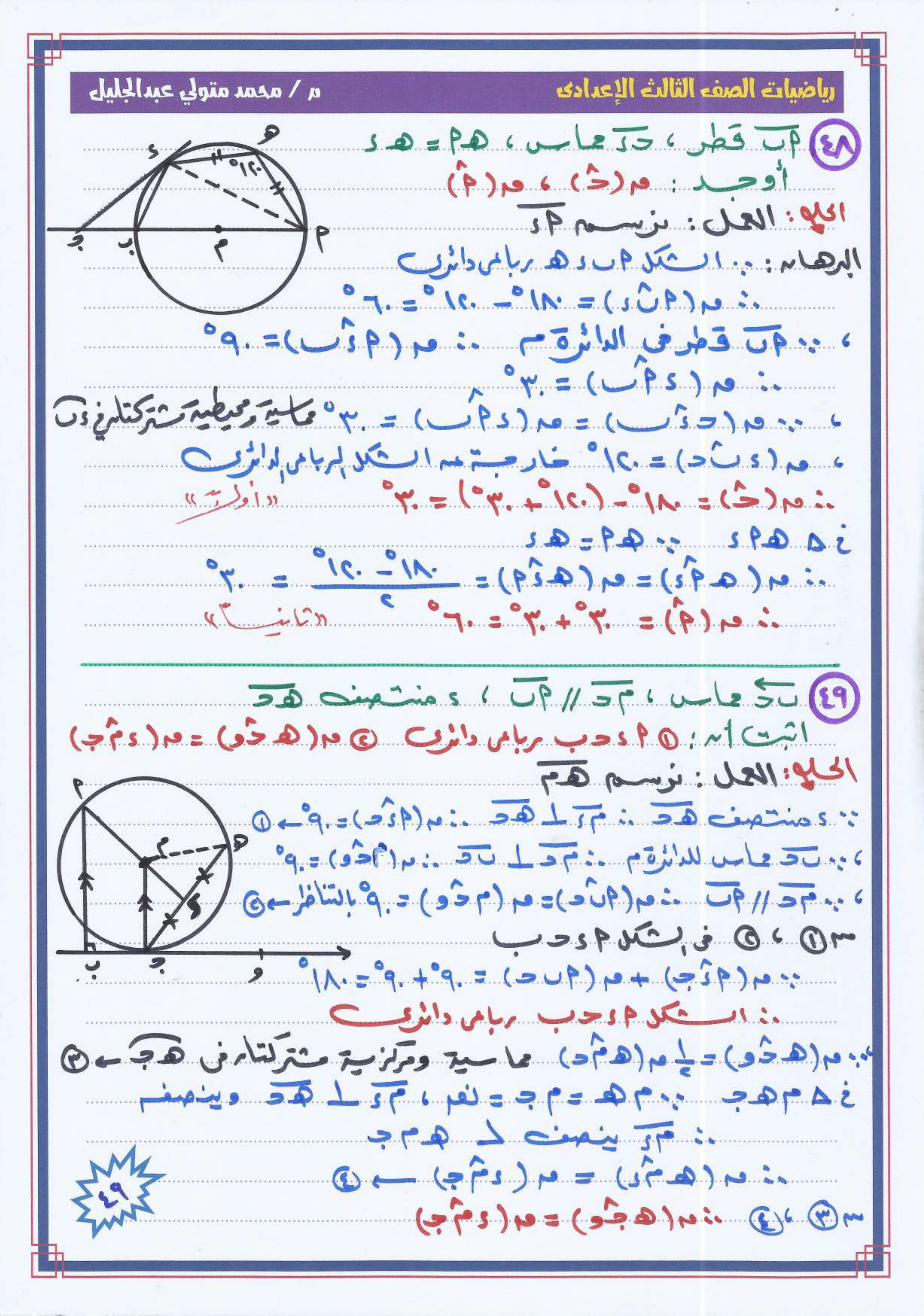
، ∵ $\overline{\text{أج}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ مماسان للدائرة الكبرى

∴ أج = أد ⟵ (2)

من (1) ، (2) ∴ أب = أج = أد

∴ 2س − 3 = 15 ∴ 2س = 18 ∴ س = 9

، ∴ ص − 2 = 15 ∴ ص = 17



(٤٨) $\overline{أب}$ قطر ، $\overleftrightarrow{جـد}$ مماس ، هـأ = هـد

أوجد : ق(∠جـ) ، ق(∠أ)

الحل: العمل: نرسم $\overline{أد}$

البرهان: ∵ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

∴ ق(∠أ ب د) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

، ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠°

∴ ق(∠د أ ب) = ٣٠°

، ∵ ق(∠جـ د ب) = ق(∠د أ ب) = ٣٠° مماسية ومحيطية تشتركان في $\overset{\frown}{دب}$

، ق(∠د ب جـ) = ١٢٠° خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٣٠°) = ٣٠° «أولاً»

في △ هـ أ د ∵ هـأ = هـد

∴ ق(∠هـ أ د) = ق(∠هـ د أ) = $\frac{١٨٠° - ١٢٠°}{٢}$ = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ٣٠° + ٣٠° = ٦٠° «ثانياً»

---

(٤٩) $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس ، $\overline{مجـ}$ // $\overline{أب}$ ، د منتصف $\overline{هـجـ}$

اثبت أن: ① أ د جـ ب رباعي دائري ② ق(∠هـ جـ و) = ق(∠د م جـ)

الحل: العمل: نرسم $\overline{هـم}$

∵ د منتصف $\overline{هـجـ}$ ∴ $\overline{مد}$ ⊥ $\overline{هـجـ}$ ∴ ق(∠أ د جـ) = ٩٠° ← ①

، ∵ $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس للدائرة م ∴ $\overline{مجـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ∴ ق(∠م جـ و) = ٩٠°

، ∵ $\overline{مجـ}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠م جـ و) = ٩٠° بالتناظر ← ②

من ① ، ② في الشكل أ د جـ ب

∵ ق(∠أ د جـ) + ق(∠أ ب جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل أ د جـ ب رباعي دائري

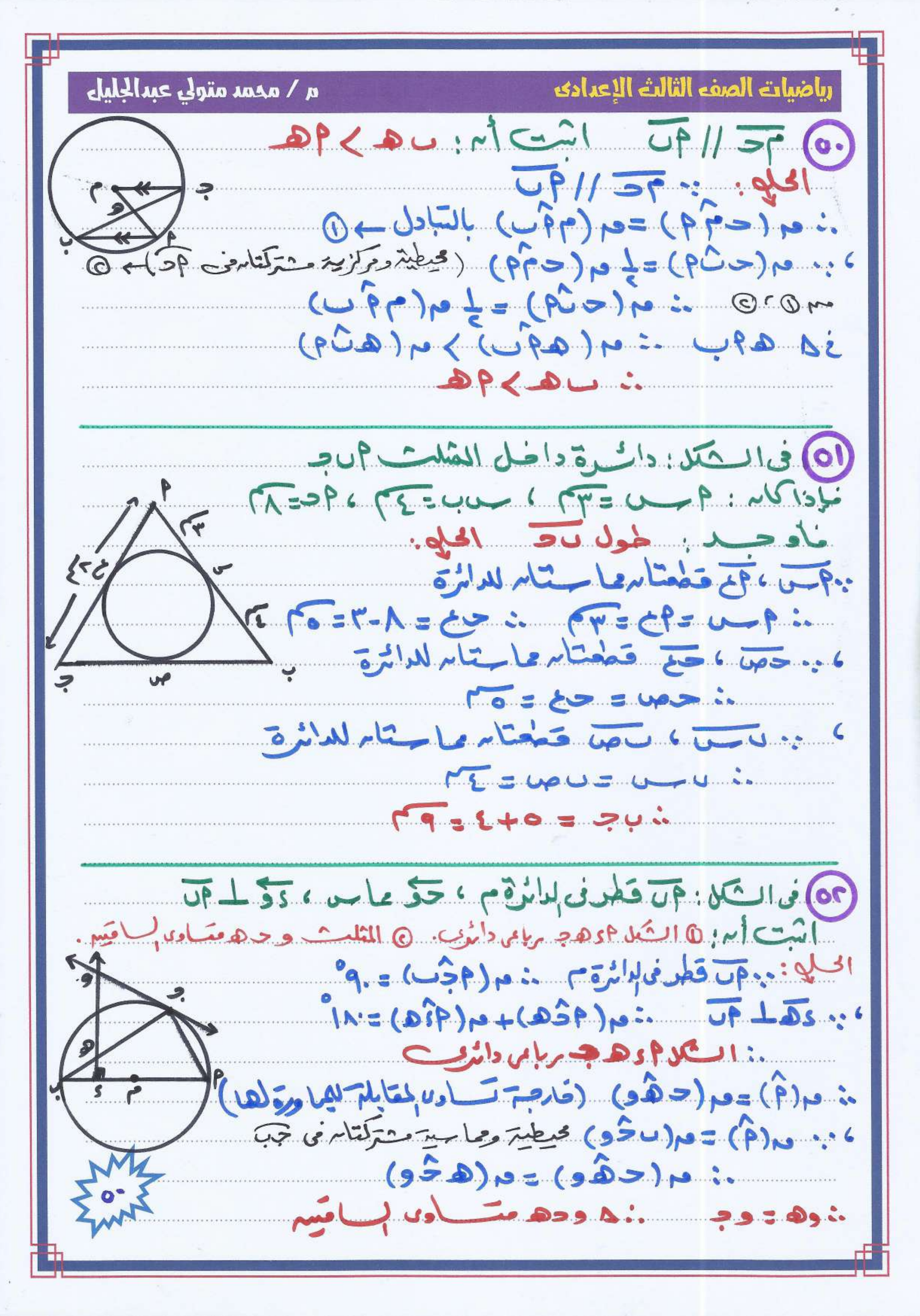
∵ ق(∠هـ جـ و) = $\frac{1}{2}$ ق(∠هـ م جـ) مماسية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{هـجـ}$ ← ③

في △ م هـ جـ ∵ م هـ = م جـ = نق ، $\overline{مد}$ ⊥ $\overline{هـجـ}$ وينصفه

∴ $\overrightarrow{مد}$ ينصف ∠ هـ م جـ

∴ ق(∠هـ م د) = ق(∠د م جـ) ← ④

من ③ ، ④ ∴ ق(∠هـ جـ و) = ق(∠د م جـ)



(٥٠) مج // أب اثبت أن: ب هـ > أ هـ

الحل: ∵ مج // أب

∴ ق(∠جمأ) = ق(∠مأب) بالتبادل ← ①

، ∵ ق(∠جبأ) = ½ ق(∠جمأ) (محيطية ومركزية مشتركتان في أج) ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠جبأ) = ½ ق(∠مأب)

في △ هـأب ∵ ق(∠هـأب) > ق(∠هـبأ)

∴ ب هـ > أ هـ

---

(٥١) في الشكل: دائرة داخل المثلث أ ب ج

فإذا كان: أ س = ٣ سم ، س ب = ٤ سم ، أ ج = ٨ سم

فأوجد: طول ب ج

الحل:

∵ أس ، أع قطعتان مماستان للدائرة

∴ أس = أع = ٣ سم ∴ جع = ٨ - ٣ = ٥ سم

، ∵ جص ، جع قطعتان مماستان للدائرة

∴ جص = جع = ٥ سم

، ∵ ب س ، ب ص قطعتان مماستان للدائرة

∴ ب س = ب ص = ٤ سم

∴ ب ج = ٥ + ٤ = ٩ سم

---

(٥٢) في الشكل: أب قطر في الدائرة م ، جو مماس ، دو ⊥ أب

اثبت أن: ① الشكل أدهـج رباعي دائري. ② المثلث وجهـ متساوي الساقين.

الحل: ∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(∠أجب) = ٩٠°

، ∵ دهـ ⊥ أب ∴ ق(∠أدهـ) + ق(∠أجهـ) = ١٨٠°

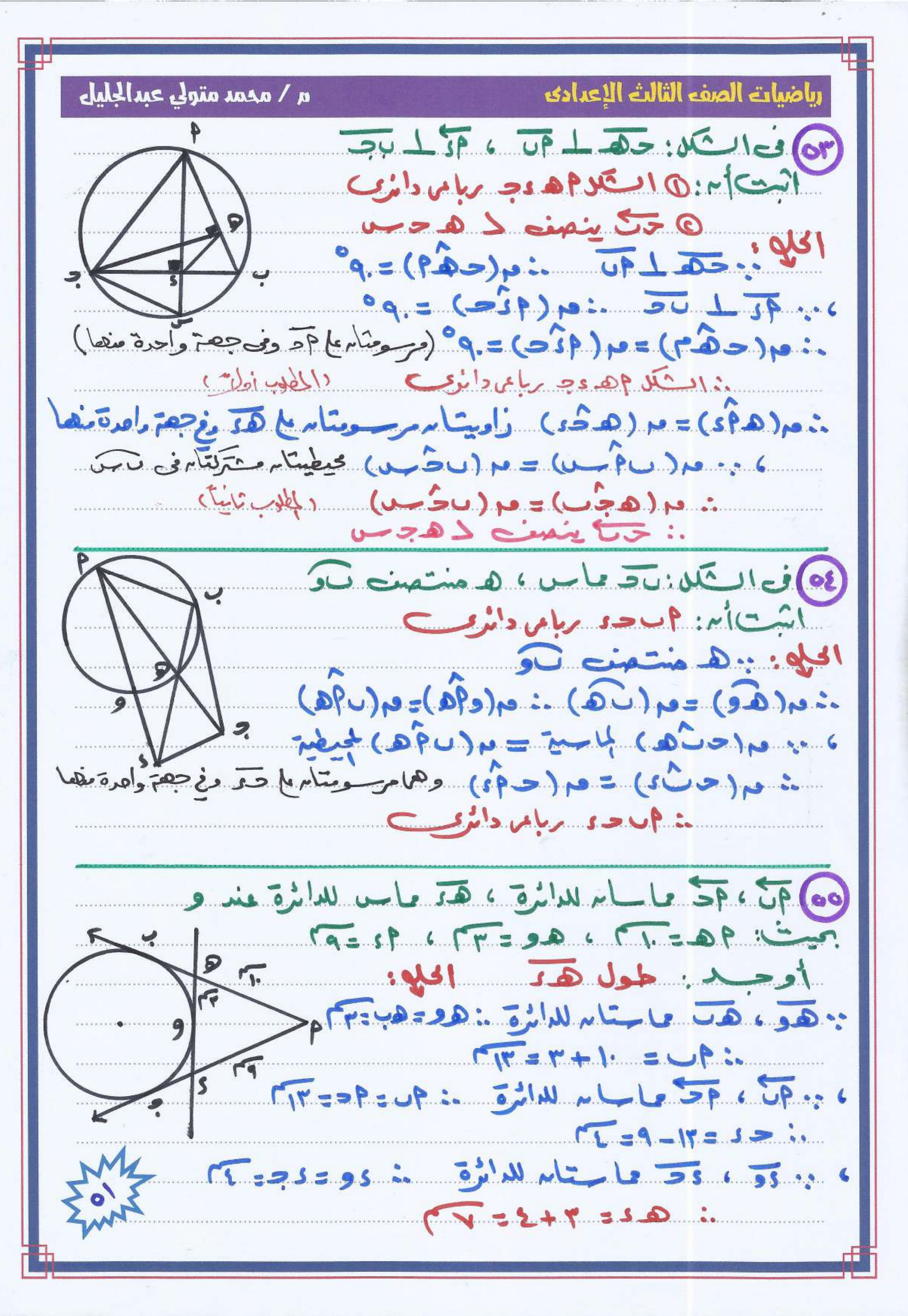
∴ الشكل أدهـج رباعي دائري

∴ ق(∠أ) = ق(∠جهـو) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

، ∵ ق(∠أ) = ق(∠بجو) محيطية ومماسية مشتركتان في جب

∴ ق(∠جهـو) = ق(∠هـجو)

∴ وهـ = وج ∴ △ وجهـ متساوي الساقين



(٥٣) في الشكل: $\overline{جـهـ} \perp \overline{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أد} \perp \overline{بجـ}$

أثبت أن: ① الشكل أهـ د جـ رباعي دائري

② $\overrightarrow{جـب}$ ينصف ∠ هـ جـ س

الحل: ∵ $\overline{جـهـ} \perp \overline{أب}$ ∴ م(∠جـ هـ أ) = 90°

، ∵ $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$ ∴ م(∠أ د جـ) = 90°

∴ م(∠جـ هـ أ) = م(∠أ د جـ) = 90° (مرسومتان على $\overline{أجـ}$ وفي جهة واحدة منها)

∴ الشكل أهـ د جـ رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ م(∠هـ أ د) = م(∠هـ جـ د) زاويتان مرسومتان على $\overline{هـد}$ وفي جهة واحدة منها

، ∵ م(∠ب أ س) = م(∠ب جـ س) محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{بس}$

∴ م(∠هـ جـ ب) = م(∠ب جـ س) (المطلوب ثانياً)

∴ $\overrightarrow{جـب}$ ينصف ∠ هـ جـ س

---

(٥٤) في الشكل: $\overline{بجـ}$ مماس ، هـ منتصف $\overset{\frown}{بو}$

أثبت أن: أب جـ د رباعي دائري

الحل: ∵ هـ منتصف $\overset{\frown}{بو}$

∴ م($\overset{\frown}{هـو}$) = م($\overset{\frown}{بهـ}$) ∴ م(∠و أ هـ) = م(∠ب أ هـ)

، ∵ م(∠جـ ب هـ) المماسية = م(∠ب أ هـ) المحيطية

∴ م(∠جـ ب د) = م(∠جـ أ د) وهما مرسومتان على $\overline{جـد}$ وفي جهة واحدة منها

∴ أب جـ د رباعي دائري

---

(٥٥) $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة ، $\overline{هـد}$ مماس للدائرة عند و

بحيث: أهـ = ١٠ سم ، هـ و = ٣ سم ، أد = ٩ سم

أوجد: طول $\overline{هـد}$ **الحل:**

∵ $\overline{هـو}$ ، $\overline{هـب}$ مماستان للدائرة ∴ هـ و = هـ ب = ٣ سم

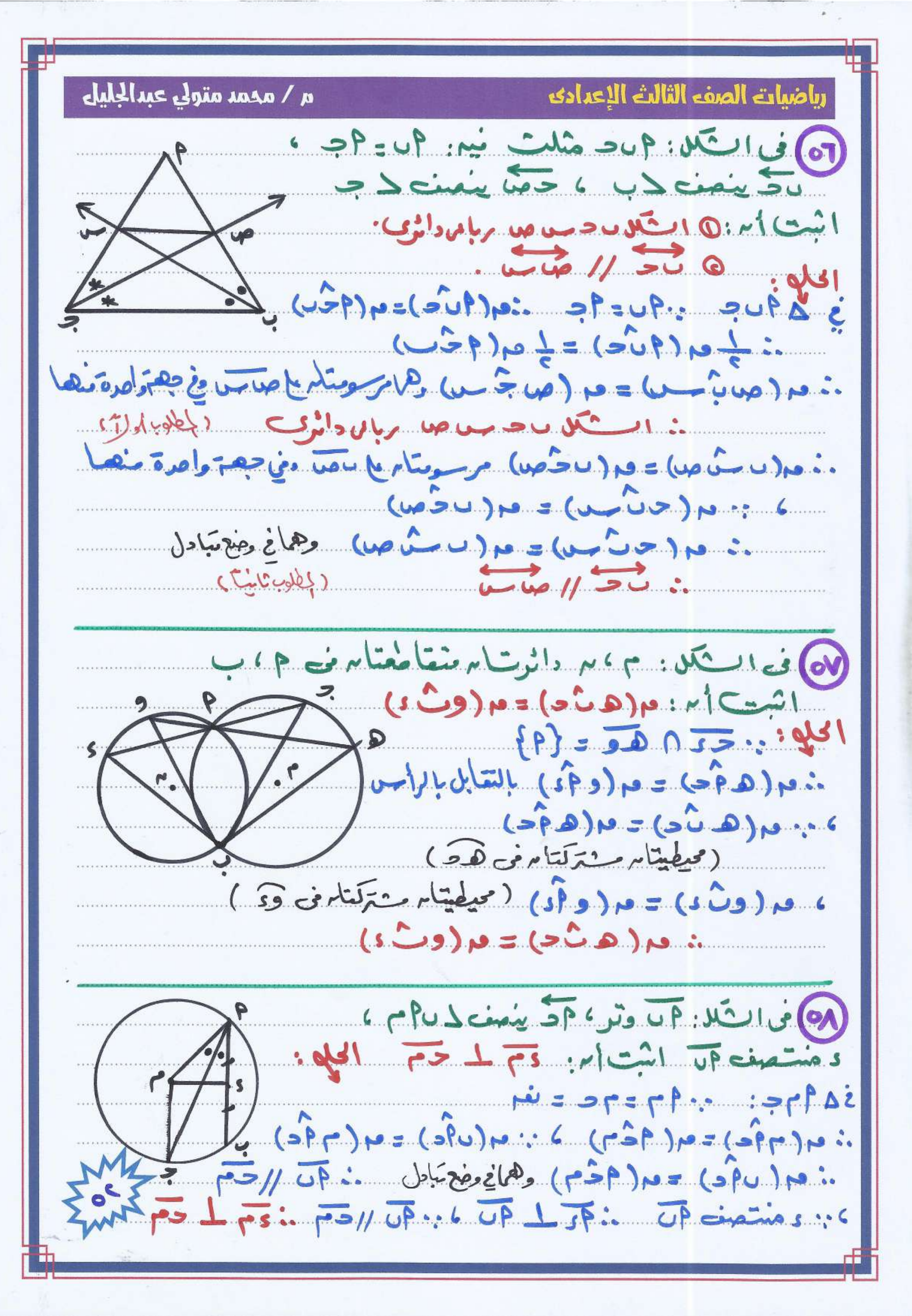
∴ أب = ١٠ + ٣ = ١٣ سم

، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة ∴ أب = أجـ = ١٣ سم

∴ جـ د = ١٣ − ٩ = ٤ سم

، ∵ $\overline{دو}$ ، $\overline{دجـ}$ مماستان للدائرة ∴ د و = د جـ = ٤ سم

∴ هـ د = ٣ + ٤ = ٧ سم



(٥٦) في الشكل: أ ب جـ مثلث فيه: أب = أجـ ، ب س⃖ ينصف ∠ ب ، جـ ص⃖ ينصف ∠ جـ

اثبت أن: (١) الشكل ب جـ س ص رباعي دائري. (٢) ب جـ⟷ // ص س⟷ .

الحل: في Δ أ ب جـ: ∵ أب = أجـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب)

∴ ½ ق(∠أ ب جـ) = ½ ق(∠أ جـ ب)

∴ ق(∠ص ب س) = ق(∠ص جـ س) وهما مرسومتان على ص س وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل ب جـ س ص رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠ب جـ ص) مرسومتان على ب ص وفي جهة واحدة منها

، ∵ ق(∠جـ ب س) = ق(∠ب جـ ص)

∴ ق(∠جـ ب س) = ق(∠ب س ص) وهما في وضع تبادل

∴ ب جـ⟷ // ص س⟷ (المطلوب ثانياً)

---

(٥٧) في الشكل: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

اثبت أن: ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب د)

الحل: ∵ جـ د ∩ هـ و = {أ}

∴ ق(∠هـ أ جـ) = ق(∠و أ د) بالتقابل بالرأس

، ∵ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠هـ أ جـ) (محيطيتان مشتركتان في ⌒هـ جـ)

، ق(∠و ب د) = ق(∠و أ د) (محيطيتان مشتركتان في ⌒و د)

∴ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب د)

---

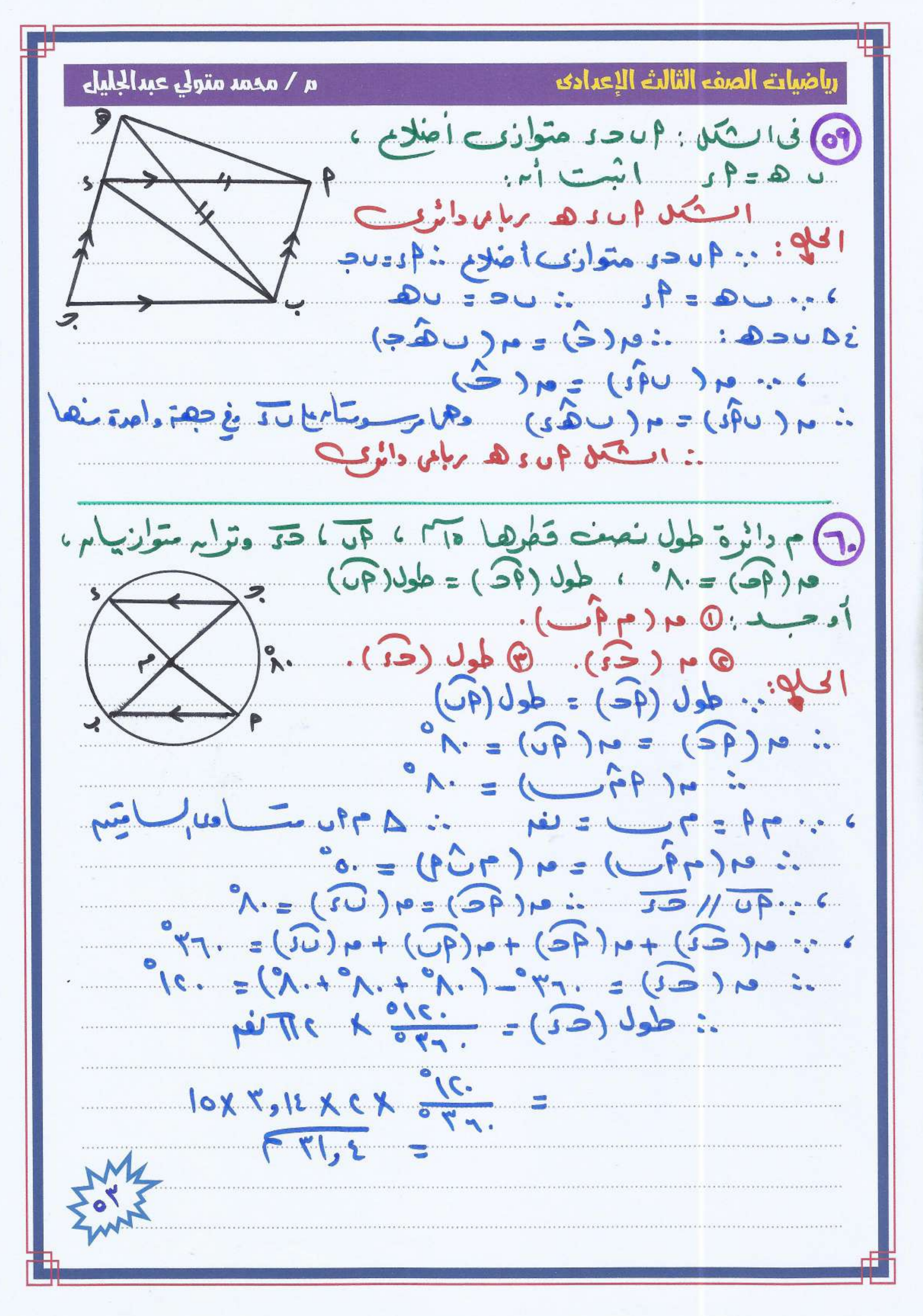
(٥٨) في الشكل: أب وتر، أجـ⃖ ينصف ∠ب أ م ، د منتصف أب اثبت أن: د م ⊥ جـ م

الحل: في Δ أ م جـ: ∵ م أ = م جـ = نق

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠م جـ أ) ، ∵ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠م أ جـ)

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠أ جـ م) وهما في وضع تبادل ∴ أب // جـ م

، ∵ د منتصف أب ∴ م د ⊥ أب ، ∵ أب // جـ م ∴ د م ⊥ جـ م



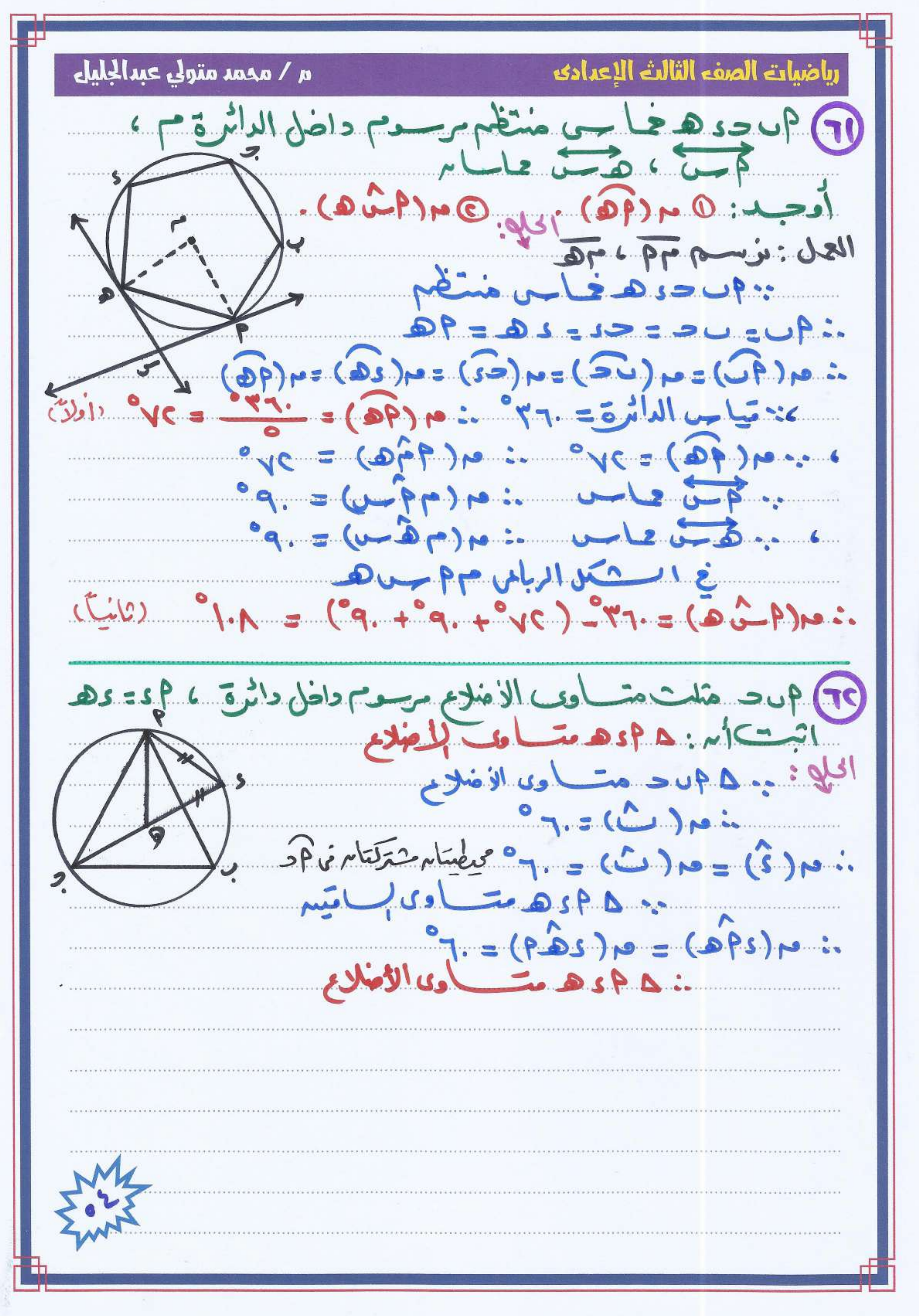
(٥٩) في الشكل: أ ب جـ د متوازي أضلاع، ب هـ = أ د اثبت أن:
الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

الحل: ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع ∴ أ د = ب جـ
، ∵ ب هـ = أ د ∴ ب جـ = ب هـ
في △ ب جـ هـ: ∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب هـ جـ)
، ∵ ق(∠ب أ د) = ق(∠جـ)
∴ ق(∠ب أ د) = ق(∠ب هـ د) وهما مرسومتان على ب د في جهة واحدة منها
∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

---

(٦٠) م دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم ، أ ب ، جـ د وتران متوازيان ،
ق(أ جـ) = ٨٠° ، طول(أ جـ) = طول(أ ب)
أوجد: ① ق(∠م أ ب).
② ق(جـ د). ③ طول(جـ د).

الحل: ∵ طول(أ جـ) = طول(أ ب)
∴ ق(أ جـ) = ق(أ ب) = ٨٠°
∴ ق(∠أ م ب) = ٨٠°
، ∵ م أ = م ب = نق ∴ △ م أ ب متساوي الساقين
∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = ٥٠°
، ∵ أ ب // جـ د ∴ ق(أ جـ) = ق(ب د) = ٨٠°
، ∵ ق(جـ د) + ق(أ جـ) + ق(أ ب) + ق(ب د) = ٣٦٠°
∴ ق(جـ د) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٨٠° + ٨٠°) = ١٢٠°
∴ طول(جـ د) = $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ π نق
= $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ × ٣,١٤ × ١٥
= ٣١,٤ سم



(٦١) أ ب جـ د هـ خماسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م ، $\overleftrightarrow{\text{أس}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـس}}$ مماسان

أوجد: ① ق(⌒أهـ) ② ق(∠أ س هـ).

الحل:

العمل: نرسم $\overline{\text{مأ}}$ ، $\overline{\text{مهـ}}$

∵ أ ب جـ د هـ خماسي منتظم

∴ أب = ب جـ = جـ د = د هـ = أهـ

∴ ق(⌒أب) = ق(⌒ب جـ) = ق(⌒جـ د) = ق(⌒د هـ) = ق(⌒أهـ)

∵ قياس الدائرة = ٣٦٠° ∴ ق(⌒أهـ) = ٣٦٠° ÷ ٥ = ٧٢° (أولاً)

، ∵ ق(⌒أهـ) = ٧٢° ∴ ق(∠أ م هـ) = ٧٢°

∵ $\overleftrightarrow{\text{أس}}$ مماس ∴ ق(∠م أ س) = ٩٠°

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{هـس}}$ مماس ∴ ق(∠م هـ س) = ٩٠°

في الشكل الرباعي م أ س هـ

∴ ق(∠أ س هـ) = ٣٦٠° − (٧٢° + ٩٠° + ٩٠°) = ١٠٨° (ثانياً)

---

(٦٢) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، أ د = د هـ

اثبت أن: △ أ د هـ متساوي الأضلاع

الحل: ∵ △ أ ب جـ متساوي الأضلاع

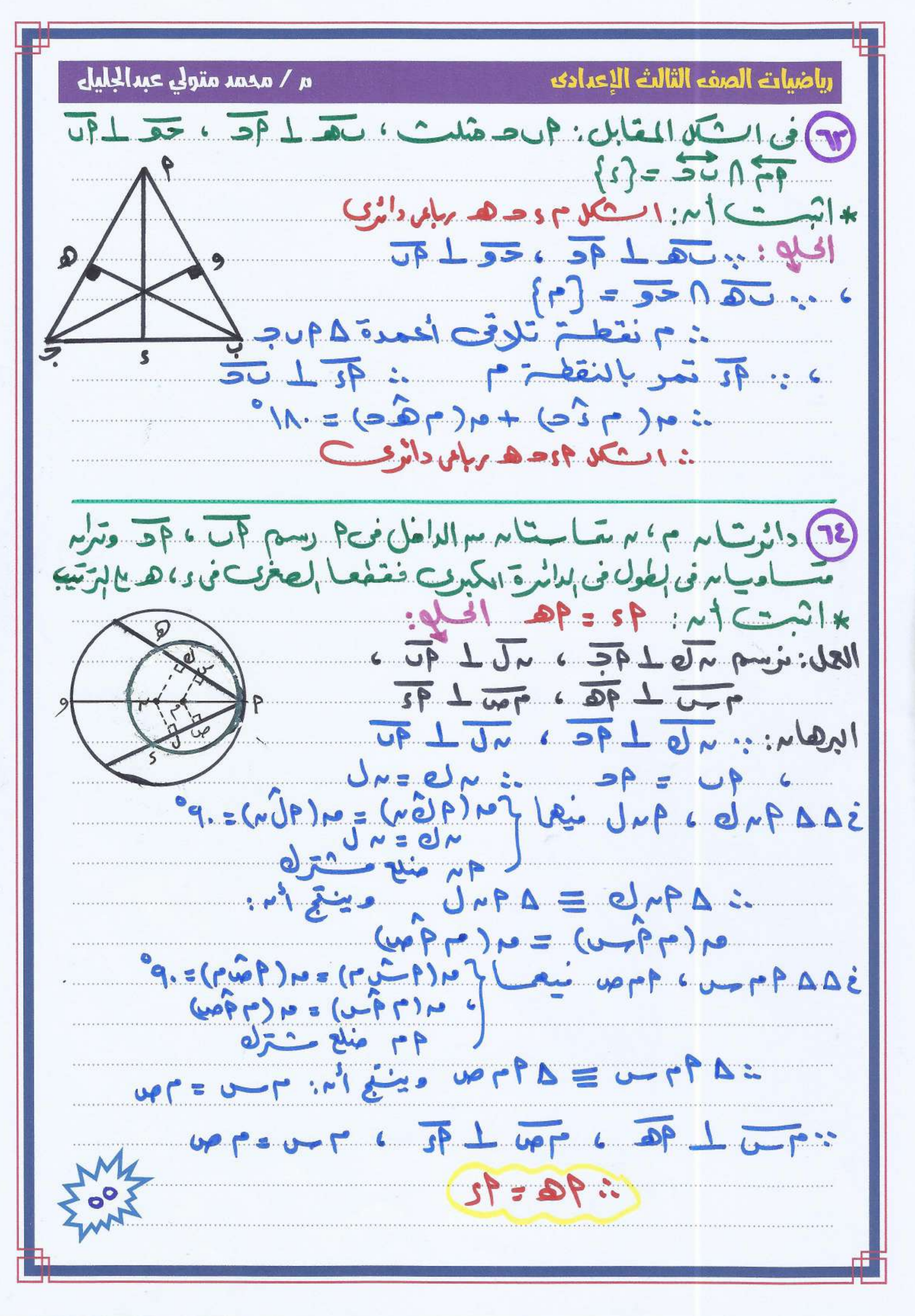
∴ ق(∠ب) = ٦٠°

∴ ق(∠د) = ق(∠ب) = ٦٠° محيطيتان مشتركتان في ⌒أجـ

∵ △ أ د هـ متساوي الساقين

∴ ق(∠د أ هـ) = ق(∠د هـ أ) = ٦٠°

∴ △ أ د هـ متساوي الأضلاع



(٦٣) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث ، ب هـ ⊥ أ جـ ، جـ و ⊥ أ ب
أ م ∩ ب جـ = {د}

* اثبت أن: الشكل م د جـ هـ رباعي دائري

الحل: ∵ ب هـ ⊥ أ جـ ، جـ و ⊥ أ ب
، ∵ ب هـ ∩ جـ و = {م}
∴ م نقطة تلاقي أعمدة Δ أ ب جـ
، ∵ أ د تمر بالنقطة م ∴ أ د ⊥ ب جـ
∴ ق(∠م د جـ) + ق(∠م هـ جـ) = ١٨٠°
∴ الشكل م د جـ هـ رباعي دائري

---

(٦٤) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل في أ رسم أ ب ، أ جـ وتران متساويان في الطول في الدائرة الكبرى فقطعا الصغرى في د ، هـ على الترتيب

* اثبت أن: أ د = أ هـ

الحل:
العمل: نرسم ن ك ⊥ أ جـ ، ن ل ⊥ أ ب ، م س ⊥ أ هـ ، م ص ⊥ أ د

البرهان: ∵ ن ك ⊥ أ جـ ، ن ل ⊥ أ ب
، أ ب = أ جـ ∴ ن ك = ن ل

في ΔΔ أ ن ك ، أ ن ل فيهما:
ق(∠أ ك ن) = ق(∠أ ل ن) = ٩٠°
ن ك = ن ل
أ ن ضلع مشترك

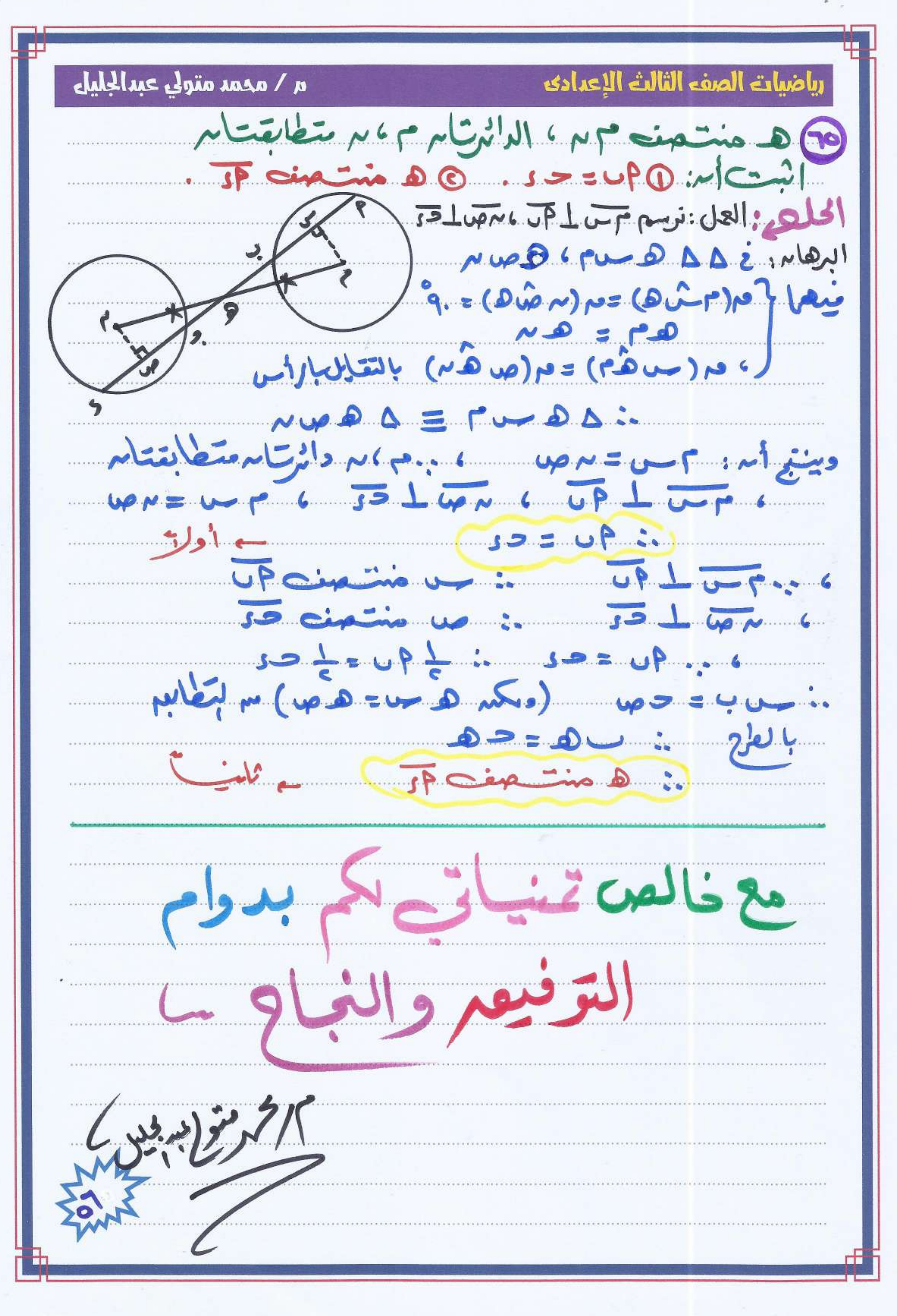
∴ Δ أ ن ك ≡ Δ أ ن ل وينتج أن:
ق(∠م أ س) = ق(∠م أ ص)

في ΔΔ أ م س ، أ م ص فيهما:
ق(∠أ س م) = ق(∠أ ص م) = ٩٠°
، ق(∠م أ س) = ق(∠م أ ص)
أ م ضلع مشترك

∴ Δ أ م س ≡ Δ أ م ص وينتج أن: م س = م ص

∵ م س ⊥ أ هـ ، م ص ⊥ أ د ، م س = م ص

∴ أ هـ = أ د



(65) هـ منتصف $\overline{م ن}$ ، الدائرتان م ، ن متطابقتان

اثبت أن: ① أب = جـ د . ② هـ منتصف $\overline{أد}$.

الحل: العمل: نرسم $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$

البرهان: في ΔΔ هـ س م ، هـ ص ن

فيهما { ق(∠م س هـ) = ق(∠ن ص هـ) = 90°

هـ م = هـ ن

، ق(∠س هـ م) = ق(∠ص هـ ن) بالتقابل بالرأس

∴ Δ هـ س م ≡ Δ هـ ص ن

وينتج أن: م س = ن ص ، ∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

، $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$ ، م س = ن ص

∴ أب = جـ د ← أولاً

، ∵ $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ∴ س منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$ ∴ ص منتصف $\overline{جـ د}$

، ∵ أب = جـ د ∴ $\frac{1}{2}$ أب = $\frac{1}{2}$ جـ د

∴ س ب = جـ ص (ولكن هـ س = هـ ص) من التطابق

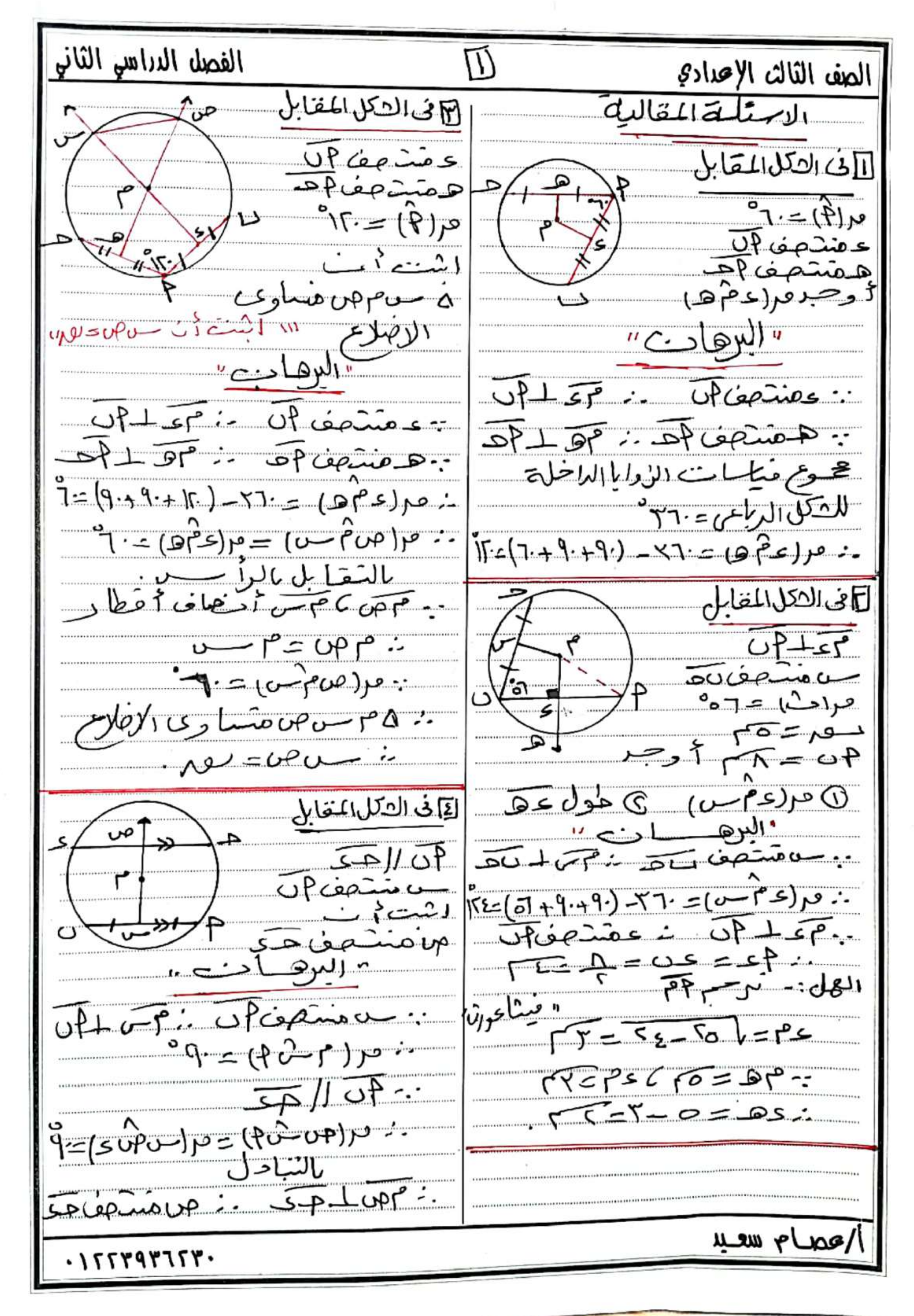
بالطرح ∴ ب هـ = جـ هـ

∴ هـ منتصف $\overline{أد}$ ← ثانياً

مع خالص تمنياتي لكم بدوام

التوفيق والنجاح

م/ محمد متولي عبد الجليل



الأسئلة المقالية

[١] في الشكل المقابل

ق(∠أ) = ٦٠°
د منتصف أب
هـ منتصف أجـ
أوجد ق(∠د م هـ)

"البرهان"

∵ د منتصف أب ∴ م د ⊥ أب
∵ هـ منتصف أجـ ∴ م هـ ⊥ أجـ
مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ ق(∠د م هـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٦٠) = ١٢٠°

[٢] في الشكل المقابل

م د ⊥ أب
س منتصف ب جـ
ق(∠ب) = ٥٦°
س هـ = ٥ سم
أب = ٨ سم أوجد
① ق(∠د م س) ② طول د هـ

"البرهان"

∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ
∴ ق(∠د م س) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٥٦) = ١٢٤°
∵ م د ⊥ أب ∴ د منتصف أب
∴ أ د = د ب = أب ÷ ٢ = ٤ سم
العمل: نرسم م أ
"فيثاغورث"
د م = √(٢٥ − ١٦) = ٣ سم
∵ م هـ = ٥ سم ، د م = ٣ سم
∴ د هـ = ٥ − ٣ = ٢ سم.

[٣] في الشكل المقابل

د منتصف أب
هـ منتصف أجـ
ق(∠أ) = ١٢٠°
اثبت أن
△ س م ص متساوي الأضلاع
"" اثبت أن س ص = س هـ ""

"البرهان"

∵ د منتصف أب ∴ م د ⊥ أب
∵ هـ منتصف أجـ ∴ م هـ ⊥ أجـ
∴ ق(∠د م هـ) = ٣٦٠ − (١٢٠ + ٩٠ + ٩٠) = ٦٠°
∴ ق(∠ص م س) = ق(∠د م هـ) = ٦٠° بالتقابل بالرأس
∵ م ص ، م س أنصاف أقطار
∴ م ص = م س
∴ ق(∠ص م س) = ٦٠°
∴ △ م س ص متساوي الأضلاع
∴ س ص = س هـ.

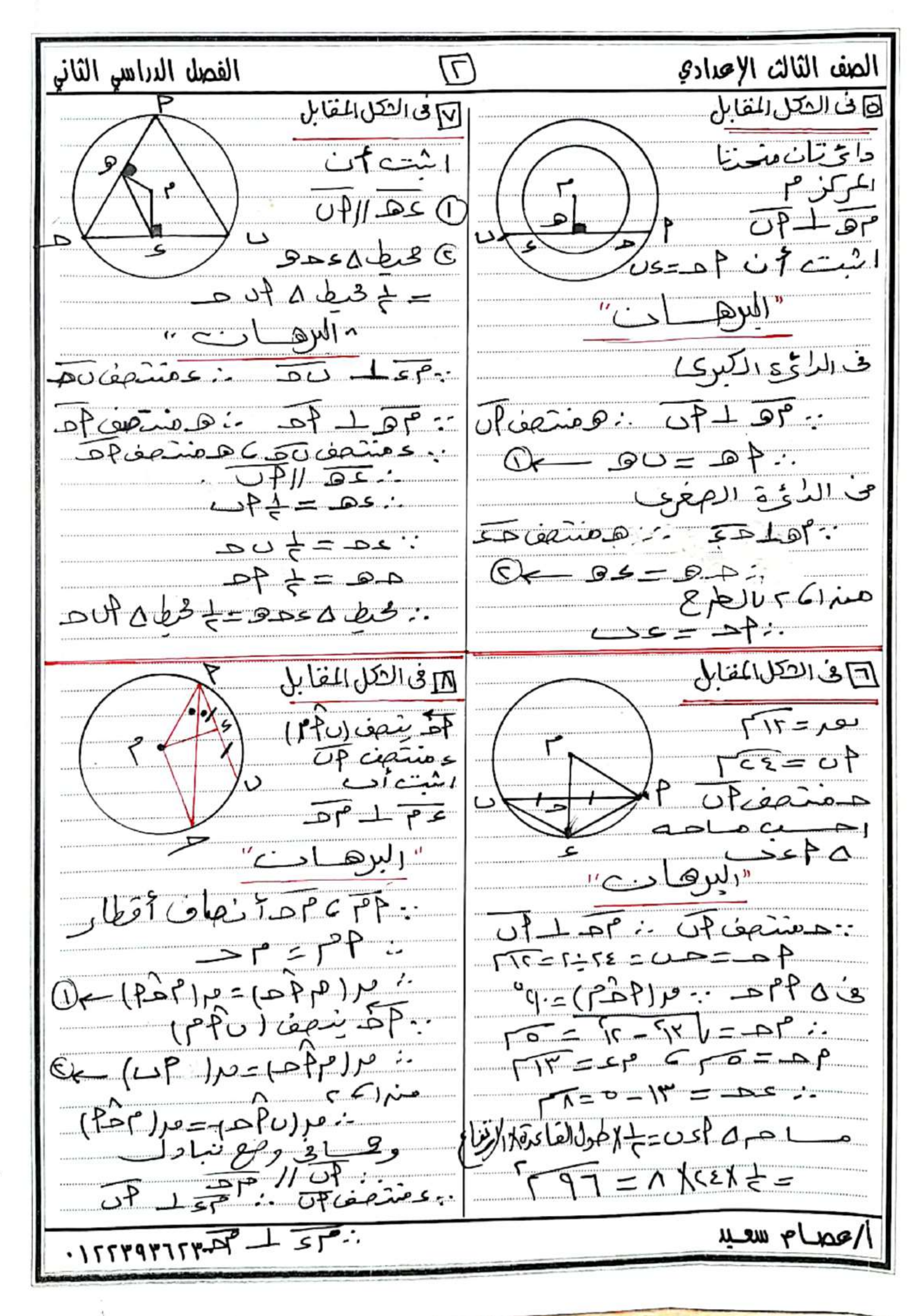
[٤] في الشكل المقابل

أب // جـ د
س منتصف أب
اثبت أن
ص منتصف جـ د

"البرهان"

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب
∴ ق(∠م س أ) = ٩٠°
∵ أب // جـ د
∴ ق(∠ص س أ) = ق(∠س ص د) = ٩٠° بالتبادل
∵ م ص ⊥ جـ د ∴ ص منتصف جـ د

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠



٥ في الشكل المقابل

دائرتان متحدتا المركز م

مهـ ⊥ أب

اثبت أن أجـ = ب د

"البرهان"

في الدائرة الكبرى

∵ مهـ ⊥ أب ∴ هـ منتصف أب

∴ أهـ = ب هـ ← (١)

في الدائرة الصغرى

∵ مهـ ⊥ جـ د ∴ هـ منتصف جـ د

∴ جـ هـ = د هـ ← (٢)

من ١، ٢ بالطرح

∴ أجـ = د ب

٦ في الشكل المقابل

نق = ١٣ سم

أب = ٢٤ سم

جـ منتصف أب

احسب مساحة

Δ أ د ب

"البرهان"

∵ جـ منتصف أب ∴ م جـ ⊥ أب

أجـ = جـ ب = ٢٤ ÷ ٢ = ١٢ سم

في Δ أ م جـ ∵ ق(∠أ جـ م) = ٩٠°

∴ م جـ = $\sqrt{١٣^٢ - ١٢^٢}$ = ٥ سم

م جـ = ٥ سم ، م د = ١٣ سم

∴ د جـ = ١٣ − ٥ = ٨ سم

مساحة Δ أ د ب = ½ × طول القاعدة × الارتفاع

= ½ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم²

٧ في الشكل المقابل

اثبت أن

① د هـ // أب

② محيط Δ د جـ هـ

= ½ محيط Δ أ ب جـ

"البرهان"

∵ م د ⊥ ب جـ ∴ د منتصف ب جـ

∵ م هـ ⊥ أجـ ∴ هـ منتصف أجـ

∵ د منتصف ب جـ ، هـ منتصف أجـ

∴ د هـ // أب

∴ د هـ = ½ أب

∵ د جـ = ½ ب جـ

جـ هـ = ½ أجـ

∴ محيط Δ د جـ هـ = ½ محيط Δ أ ب جـ

٨ في الشكل المقابل

أجـ ينصف (∠ب أ م)

د منتصف أب

اثبت أن

د م ⊥ م جـ

"البرهان"

∵ م أ ، م جـ أنصاف أقطار

∴ م أ = م جـ

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠أ جـ م) ← ①

∵ أجـ ينصف (∠ب أ م)

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠جـ أ ب) ← ②

من ١، ٢

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠م جـ أ)

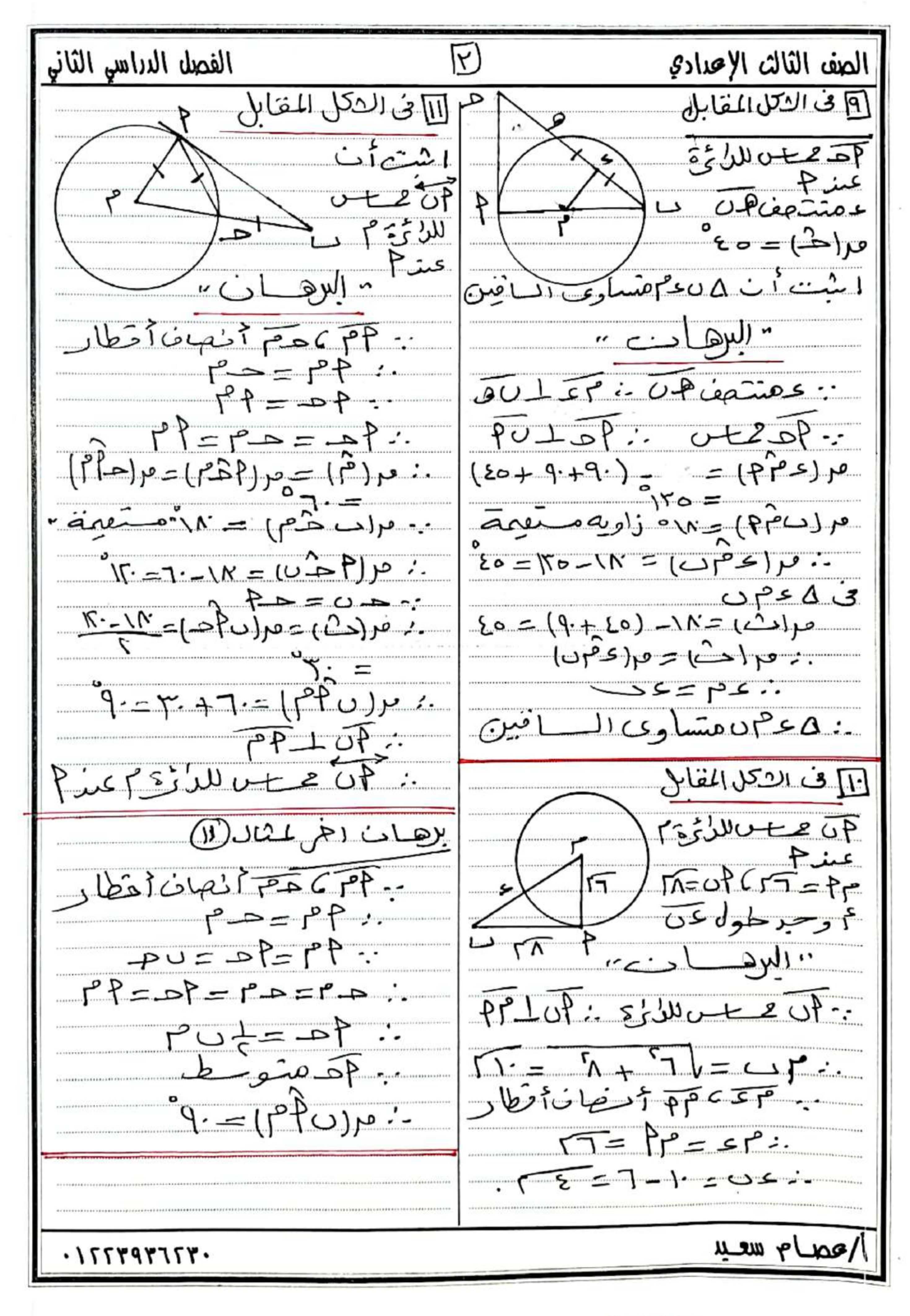
وهما في وضع تبادل

∴ م جـ // أب

∵ د منتصف أب ∴ م د ⊥ أب

∴ م د ⊥ م جـ

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣



٩ في الشكل المقابل

أهـ مماس للدائرة عند أ، د منتصف هـ ب، ق(∠ح) = ٤٥°

اثبت أن △ ب د م متساوي الساقين

"البرهان"

∵ د منتصف هـ ب ∴ م د ⊥ ب هـ

∵ أهـ مماس ∴ أهـ ⊥ أب

ق(∠د م أ) = − (٩٠ + ٩٠ + ٤٥)

= ١٣٥°

ق(∠ب م أ) = ١٨٠° زاوية مستقيمة

∴ ق(∠د م ب) = ١٨٠ − ١٣٥ = ٤٥°

في △ د م ب

ق(∠ب) = ١٨٠ − (٤٥ + ٩٠) = ٤٥

∴ ق(∠ب) = ق(∠د م ب)

∴ د م = د ب

∴ △ د م ب متساوي الساقين

١٠ في الشكل المقابل

أب مماس للدائرة م عند أ، م أ = ٦ سم، أب = ٨ سم

أوجد طول د ب

"البرهان"

∵ أب مماس للدائرة ∴ أب ⊥ م أ

∴ م ب = $\sqrt{٦^2 + ٨^2}$ = ١٠ سم

∵ م د، م أ أنصاف أقطار

∴ م د = م أ = ٦ سم

∴ د ب = ١٠ − ٦ = ٤ سم.

١١ في الشكل المقابل

اثبت أن أب مماس للدائرة م عند أ

"البرهان"

∵ م أ، هـ م أنصاف أقطار

∴ م أ = هـ م

∵ أهـ = أم

∴ أهـ = هـ م = م أ

∴ ق(∠م) = ق(∠أ هـ م) = ق(∠هـ أ م) = ٦٠°

∵ ق(∠ب هـ م) = ١٨٠° مستقيمة

∴ ق(∠أ هـ ب) = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

∵ هـ ب = هـ أ

∴ ق(∠ب) = ق(∠ب أ هـ) = $\frac{١٨٠ - ١٢٠}{٢}$

= ٣٠°

∴ ق(∠ب أ م) = ٦٠ + ٣٠ = ٩٠°

∴ أب ⊥ م أ

∴ أب مماس للدائرة م عند أ

برهان آخر لمثال (١١)

∵ م أ، هـ م أنصاف أقطار

∴ م أ = هـ م

∵ م أ = أهـ = ب هـ

∴ هـ م = م أ = أهـ = هـ ب

∴ أهـ = ½ ب م

∴ أهـ متوسط

∴ ق(∠ب أ م) = ٩٠°

[١٢] في الشكل المقابل

اثبت أن

$\overleftrightarrow{\text{سص}}$ مماس للدائرة م عند س

البرهان

∵ م ع ، م س أنصاف أقطار

∴ م ع = م س = ٥ سم

∴ ص م = ٨ + ٥ = ١٣ سم

في Δ س ص م

(ص م)^2 = (١٣)^2	(س ص)^2 + (م س)^2
= ١٦٩	= (١٢)^2 + (٥)^2
	= ١٦٩

∴ (ص م)^2 = (س ص)^2 + (م س)^2

∴ ق(∠م س ص) = ٩٠°

∴ $\overleftrightarrow{\text{سص}}$ مماس للدائرة م عند س

[١٣] في الشكل المقابل

أب وتر في الدائرة الكبرى ويمس الدائرة الصغرى عند جـ

أب = ٨ سم

طول نصف قطر الدائرة الكبرى = ٥ سم

أوجد طول نصف قطر الدائرة الصغرى

البرهان

∵ أب مماس للدائرة الصغرى

∴ م جـ ⊥ أب

في الدائرة الكبرى

∵ م جـ ⊥ أب

∴ جـ منتصف أب ∴ أ جـ = ٤ سم

في Δ أ م جـ القائم في جـ

م جـ = $\sqrt{٥^2 - ٤^2}$ = ٣ سم

∴ طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ٣ سم

[١٤] في الشكل المقابل

أب قطر في الدائرة م

أجـ ، ب ء مماسان

اثبت أن

جـ س = ص ء

البرهان

∵ أجـ مماس ∴ أجـ ⊥ أم

∵ ب ء مماس ∴ ب ء ⊥ م ب

Δ أ جـ م ، Δ ء ب م

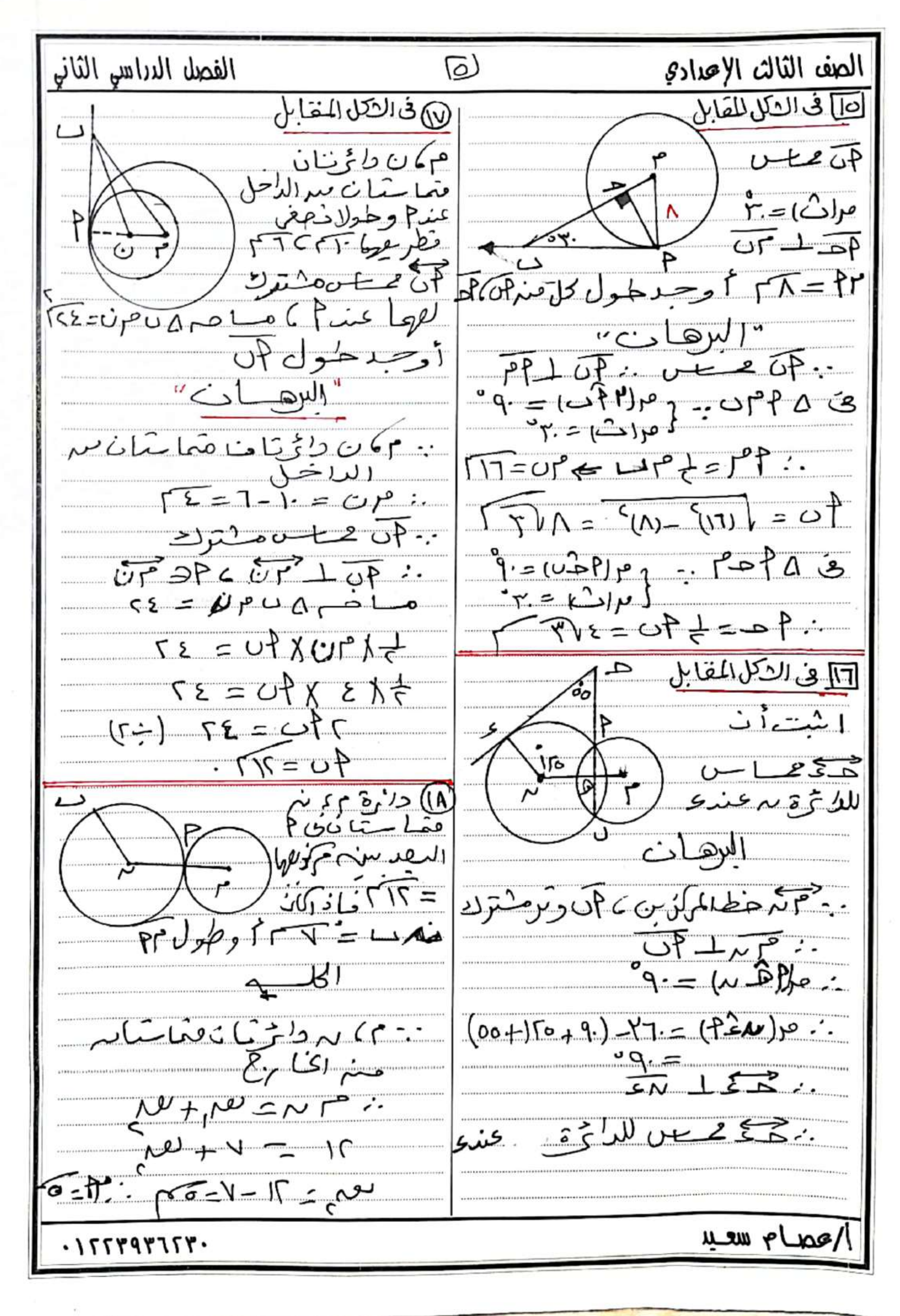
فيهما:
- ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٩٠°
- أ م = ب م "أنصاف أقطار"
- ق(∠أ م جـ) = ق(∠ء م ب) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ جـ م ≡ Δ ب ء م

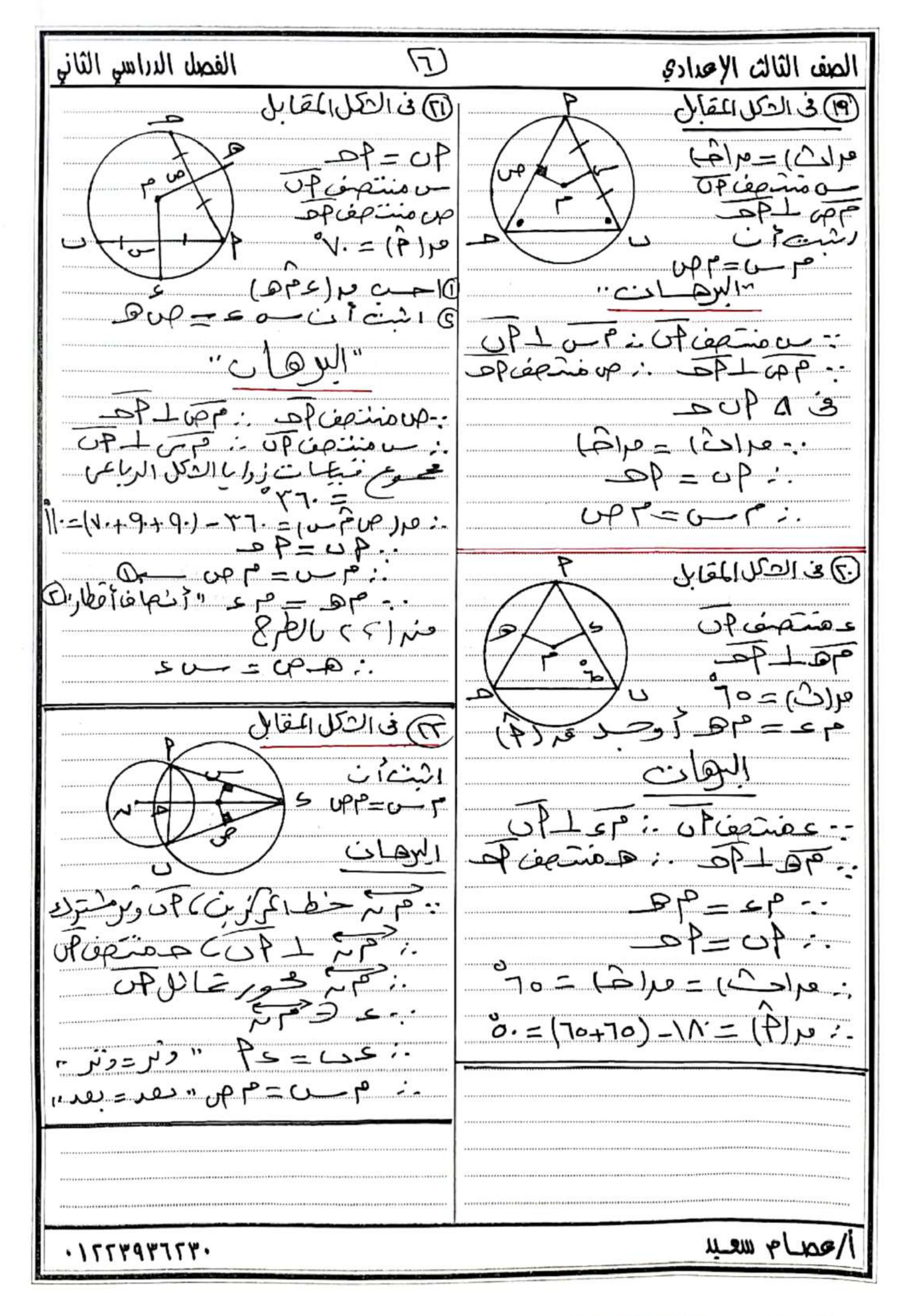
وينتج جـ م = ء م

∵ م س = م ص = نق

بالطرح ∴ جـ س = ص ء



[15] في الشكل المقابل
أب مماس
ق(∠ب) = ٣٠°
أجـ ⊥ م ب
م أ = ٨ سم أوجد طول كل من أب، أجـ
"البرهان"
∵ أب مماس ∴ أب ⊥ م أ
في △ م أ ب ∵ ق(∠م أ ب) = ٩٠° ، ق(∠ب) = ٣٠°
∴ م أ = ½ م ب ← م ب = ١٦ سم
أب = √((١٦)² − (٨)²) = ٨√٣ سم
في △ أ جـ م ∵ ق(∠أ جـ ب) = ٩٠° ، ق(∠ب) = ٣٠°
∴ أ جـ = ½ أ ب = ٤√٣ سم
[16] في الشكل المقابل
اثبت أن
جـ ء مماس للدائرة ن عند ء
البرهان
∵ م ن خط المركزين ، أب وتر مشترك
∴ م ن ⊥ أب
∴ ق(∠أ هـ ن) = ٩٠°
∴ ق(∠ن ء جـ) = ٣٦٠ − (٩٠ + ١٢٥ + ٥٥)
= ٩٠°
∴ جـ ء ⊥ ن ء
∴ جـ ء مماس للدائرة عند ء
⑰ في الشكل المقابل
م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ وطولا نصفي قطريهما ١٠ سم ، ٦ سم
أب مماس مشترك لهما عند أ ، مساحة △ ب م ن = ٢٤ سم²
أوجد طول أب
"البرهان"
∵ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل
∴ م ن = ١٠ − ٦ = ٤ سم
∵ أب مماس مشترك
∴ أب ⊥ م ن ، م ن ∋ أ
مساحة △ ب م ن = ٢٤
½ × م ن × أب = ٢٤
½ × ٤ × أب = ٢٤
٢ أب = ٢٤ (÷٢)
أب = ١٢ سم
⑱ دائرة م ، ن متماستان في أ البعد بين مركزيها = ١٢ سم فإذا كان نق = ٧ سم وطول م أ
الحل
∵ م ، ن دائرتان متماستان من الخارج
∴ م ن = نق١ + نق٢
١٢ = ٧ + نق٢
نق٢ = ١٢ − ٧ = ٥ سم ∴ م أ = ٥



⑲ في الشكل المقابل

ق(∠ب) = ق(∠جـ)

س منتصف أب

م ص ⊥ أجـ

اثبت أن

م س = م ص

"البرهان"

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب

∵ م ص ⊥ أجـ ∴ ص منتصف أجـ

في △ أ ب جـ

∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

∴ أب = أجـ

∴ م س = م ص

⑳ في الشكل المقابل

ء منتصف أب

م هـ ⊥ أجـ

ق(∠ب) = ٦٥°

م ء = م هـ أوجد ق(∠أ)

البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب

∵ م هـ ⊥ أجـ ∴ هـ منتصف أجـ

∵ م ء = م هـ

∴ أب = أجـ

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٦٥°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٦٥+٦٥) = ٥٠°

㉑ في الشكل المقابل

أب = أجـ

س منتصف أب

ص منتصف أجـ

ق(∠أ) = ٧٠°

① احسب ق(∠ء م هـ)

② اثبت أن س ء = ص هـ

"البرهان"

∵ ص منتصف أجـ ∴ م ص ⊥ أجـ

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ص م س) = ٣٦٠ − (٧٠+٩٠+٩٠) = ١١٠°

∵ أب = أجـ

∴ م س = م ص ①

∵ م هـ = م ء "أنصاف أقطار" ②

من ①، ② بالطرح

∴ هـ ص = س ء

㉒ في الشكل المقابل

اثبت أن

م س = م ص

البرهان

∵ م ن خط المركزين، أب وتر مشترك

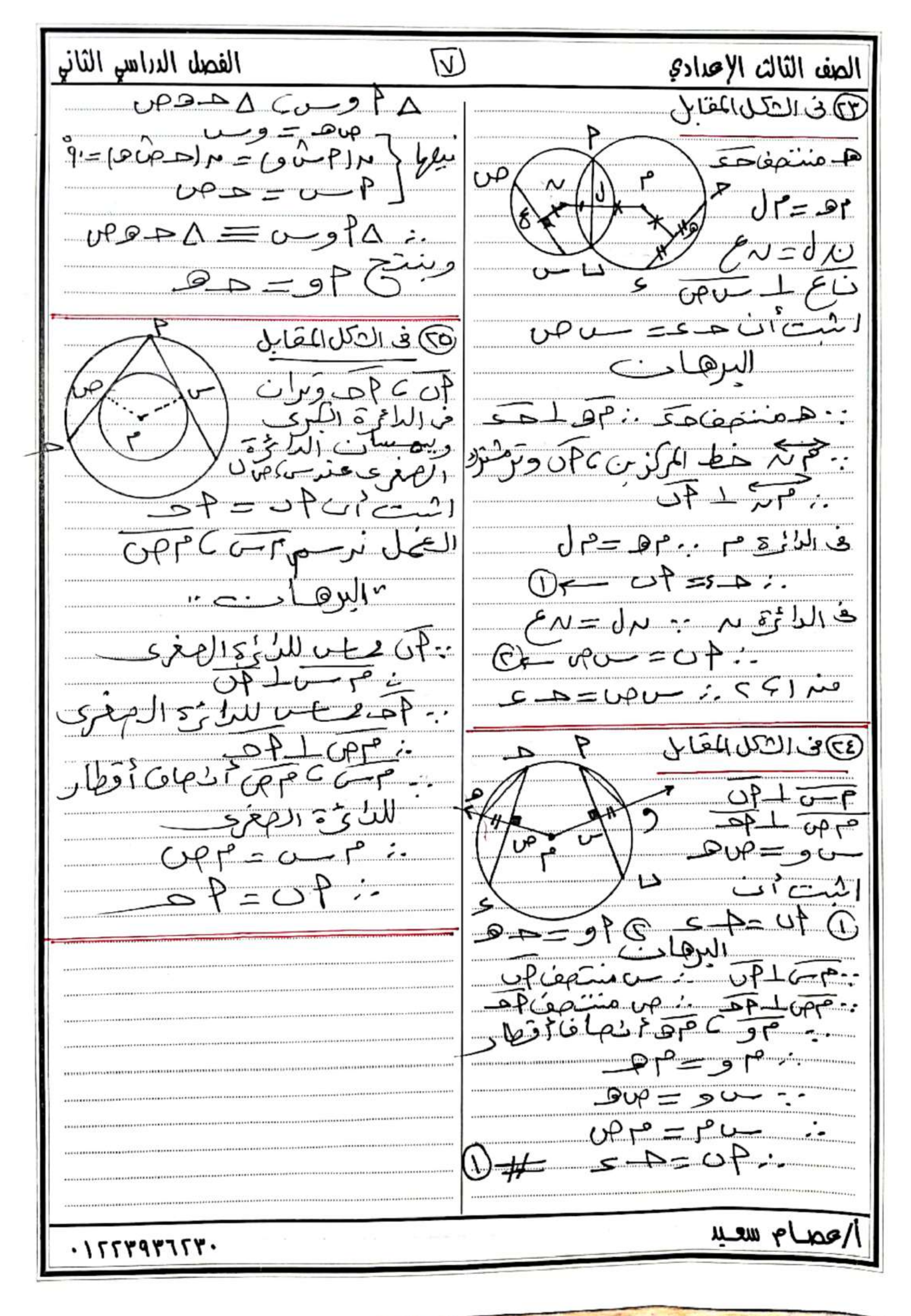
∴ م ن ⊥ أب، جـ منتصف أب

∴ م ن محور تماثل أب

∵ ء ∈ م ن

∴ ء ب = ء أ "وتر = وتر"

∴ م س = م ص "بعد = بعد"



(٢٣) في الشكل المقابل

هـ منتصف جـ د

م هـ = م ل

ن ل = ن ع

ن ع ⊥ س ص

اثبت أن جـ د = س ص

البرهان

∵ هـ منتصف جـ د ∴ م هـ ⊥ جـ د

∵ م ن خط المركزين ، أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب

في الدائرة م ∵ م هـ = م ل

∴ جـ د = أ ب ← (١)

في الدائرة ن ∵ ن ل = ن ع

∴ أ ب = س ص ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ س ص = جـ د

(٢٤) في الشكل المقابل

م س ⊥ أ ب

م ص ⊥ جـ د

س و = ص هـ

اثبت أن

(١) أ ب = جـ د (٢) أ و = جـ هـ

البرهان

∵ م س ⊥ أ ب ∴ س منتصف أ ب

∵ م ص ⊥ جـ د ∴ ص منتصف جـ د

∵ م و ، م هـ أنصاف أقطار

∴ م و = م هـ

∵ س و = ص هـ

∴ س م = م ص

∴ أ ب = جـ د (١) #

Δ أ و س ، Δ جـ هـ ص

فيهما { ص هـ = و س ، ق(∠ أ س و) = ق(∠ جـ ص هـ) = ٩٠° ، أ س = جـ ص }

∴ Δ أ و س ≡ Δ جـ هـ ص

وينتج أ و = جـ هـ

(٢٥) في الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ وتران في الدائرة الكبرى ويمسان الدائرة الصغرى عند س ، ص

اثبت أن أ ب = أ جـ

العمل نرسم م س ، م ص

البرهان

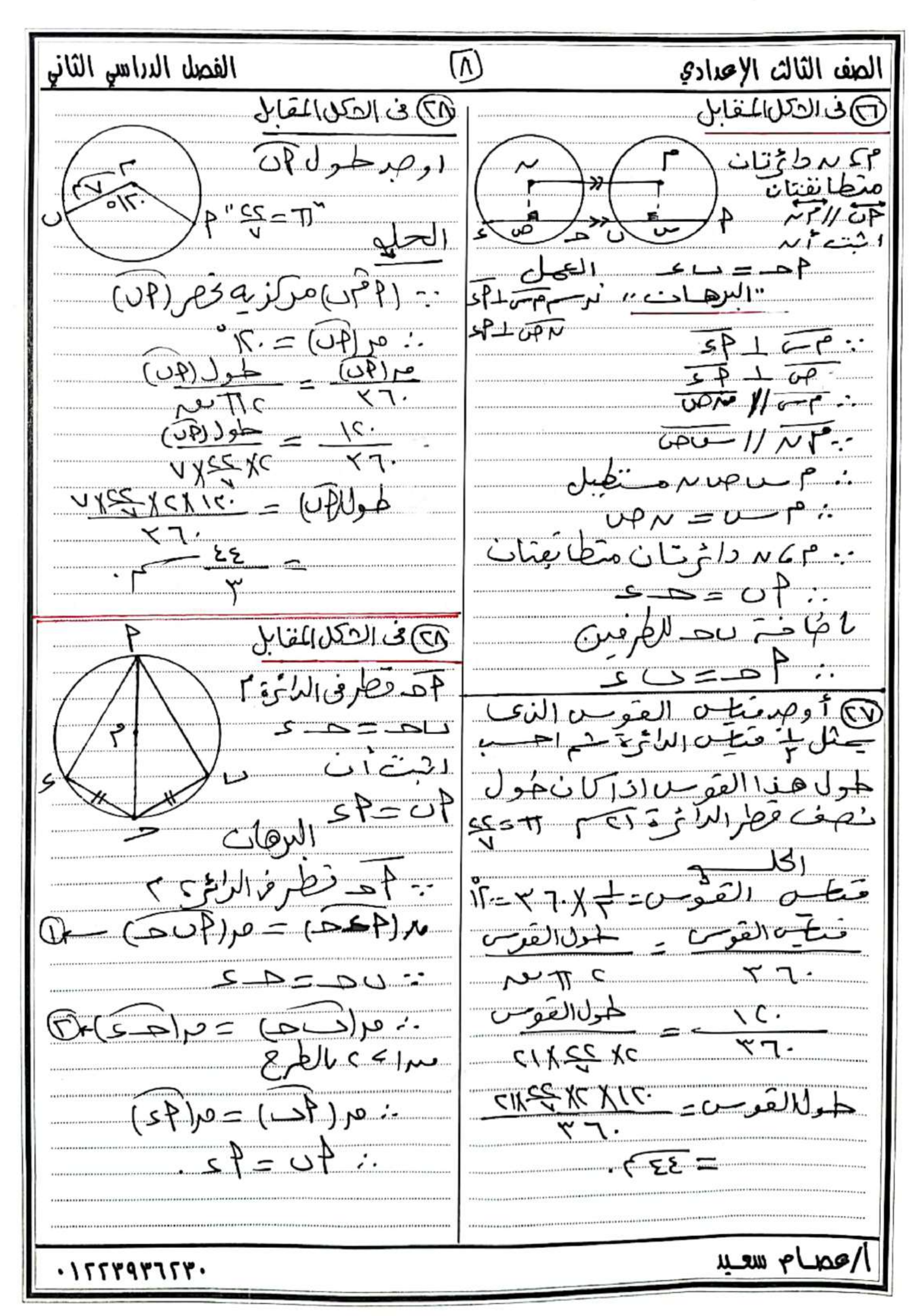
∵ أ ب مماس للدائرة الصغرى ∴ م س ⊥ أ ب

∵ أ جـ مماس للدائرة الصغرى ∴ م ص ⊥ أ جـ

∵ م س ، م ص أنصاف أقطار للدائرة الصغرى

∴ م س = م ص

∴ أ ب = أ جـ



(٢٦) في الشكل المقابل

م ، ن دائرتان متطابقتان

$\overline{أب} \parallel \overline{م ن}$

أثبت أن

أ جـ = ب د

العمل: نرسم $\overline{م س} \perp \overline{أ د}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{أ د}$

البرهان:

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أ د}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{أ د}$

∴ $\overline{م س} \parallel \overline{ن ص}$

∵ $\overline{م ن} \parallel \overline{س ص}$

∴ م س ص ن مستطيل

∴ م س = ن ص

∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أ ب = جـ د

بإضافة ب جـ للطرفين

∴ أ جـ = ب د

(٢٧) أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{3}$ قياس الدائرة ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم ، $ط = \frac{22}{7}$

الحل

قياس القوس $= \frac{1}{3} \times 360 = 120°$

$\frac{\text{قياس القوس}}{360} = \frac{\text{طول القوس}}{2 ط نق}$

$\frac{120}{360} = \frac{\text{طول القوس}}{2 \times \frac{22}{7} \times 21}$

طول القوس $= \frac{21 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 120}{360}$

$= 44$ سم.

(٢٨) في الشكل المقابل

أوجد طول $\overset{\frown}{أب}$ ، $ط = \frac{22}{7}$

الحل

∵ ق(∠أ م ب) مركزية تحصر $\overset{\frown}{أب}$

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٢٠°

$\frac{ق(\overset{\frown}{أب})}{360} = \frac{\text{طول}(\overset{\frown}{أب})}{2 ط نق}$

$\frac{120}{360} = \frac{\text{طول}(\overset{\frown}{أب})}{2 \times \frac{22}{7} \times 7}$

طول($\overset{\frown}{أب}$) $= \frac{7 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 120}{360}$

$= \frac{44}{3}$ سم.

(٢٨) في الشكل المقابل

$\overline{أ جـ}$ قطر في الدائرة م

ب جـ = جـ د

أثبت أن

أ ب = أ د

البرهان

∵ $\overline{أ جـ}$ قطر في الدائرة م

ق($\overset{\frown}{أ د جـ}$) = ق($\overset{\frown}{أ ب جـ}$) ← (١)

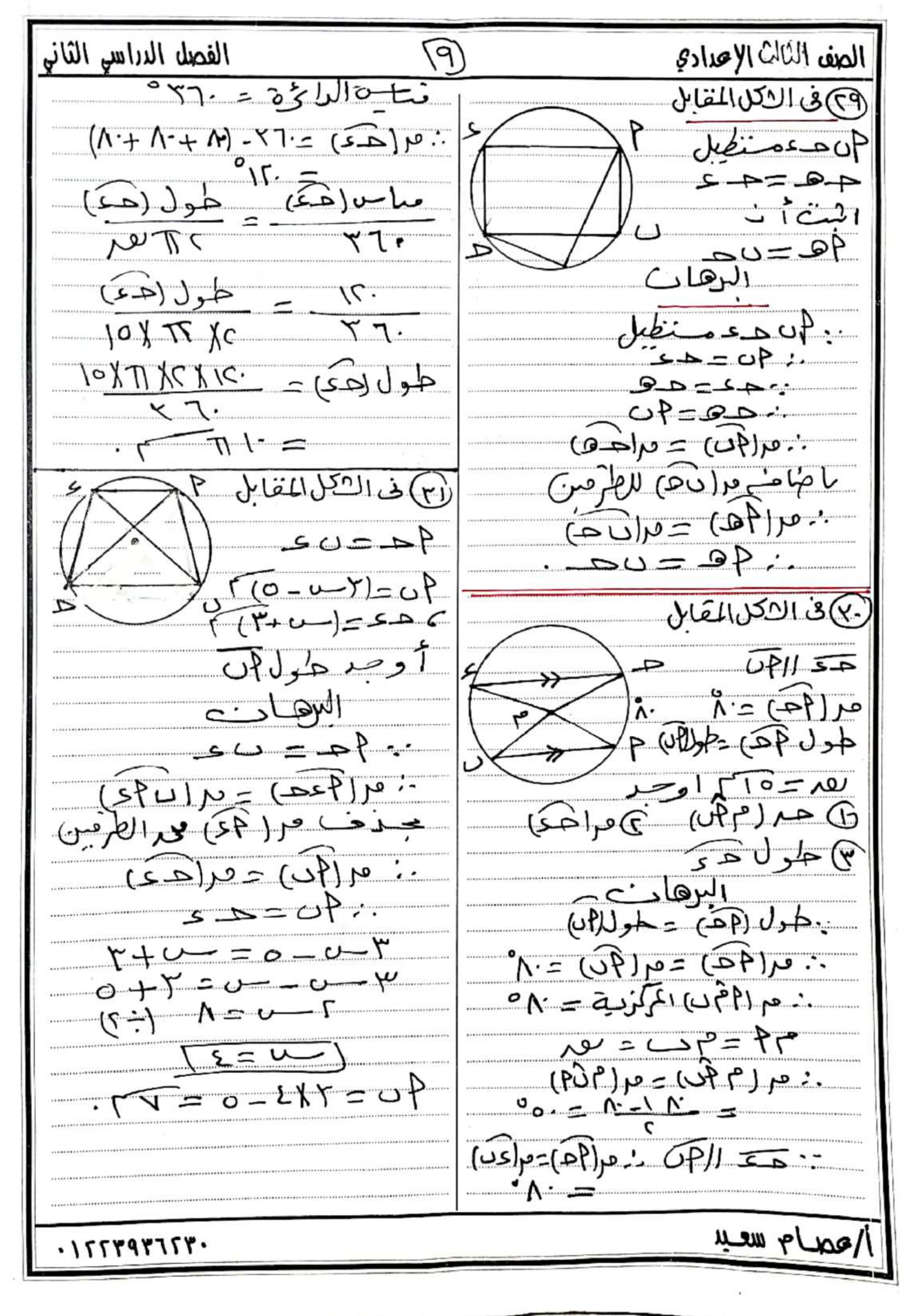
∵ ب جـ = جـ د

∴ ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق($\overset{\frown}{جـ د}$) ← (٢)

من ١ ، ٢ بالطرح

∴ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق($\overset{\frown}{أ د}$)

∴ أ ب = أ د .



(٢٩) في الشكل المقابل

أ ب حـ ء مستطيل

حـ هـ = حـ ء

اثبت أن

أ هـ = ب حـ

البرهان

∵ أ ب حـ ء مستطيل

∴ أ ب = حـ ء

∵ حـ ء = حـ هـ

∴ حـ هـ = أ ب

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒حـ هـ)

بإضافة ق(⌒ب حـ) للطرفين

∴ ق(⌒أ هـ) = ق(⌒ب حـ)

∴ أ هـ = ب حـ.

(٣٠) في الشكل المقابل

حـ ء // أ ب

ق(⌒أ حـ) = ٨٠°

طول (⌒أ حـ) = طول (⌒أ ب)

نق = ١٥ سم أوجد

(١) ق(∠م أ ب) (٢) ق(⌒حـ ء)

(٣) طول ⌒حـ ء

البرهان

∵ طول (⌒أ حـ) = طول (⌒أ ب)

∴ ق(⌒أ حـ) = ق(⌒أ ب) = ٨٠°

∴ ق(∠أ م ب) المركزية = ٨٠°

م أ = م ب = نق

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = (١٨٠ - ٨٠) ÷ ٢ = ٥٠°

∵ حـ ء // أ ب ∴ ق(⌒أ حـ) = ق(⌒ء ب) = ٨٠°

قياس الدائرة = ٣٦٠°

∴ ق(⌒حـ ء) = ٣٦٠ - (٨٠ + ٨٠ + ٨٠) = ١٢٠°

قياس (⌒حـ ء) ÷ ٣٦٠ = طول (⌒حـ ء) ÷ (٢ π نق)

١٢٠ ÷ ٣٦٠ = طول (⌒حـ ء) ÷ (٢ × π × ١٥)

طول (⌒حـ ء) = (١٥ × π × ٢ × ١٢٠) ÷ ٣٦٠

= ١٠ π سم.

(٣١) في الشكل المقابل

أ حـ = ب ء

أ ب = (٣س - ٥) سم

حـ ء = (س + ٣) سم

أوجد طول أ ب

البرهان

∵ أ حـ = ب ء

∴ ق(⌒أ ء حـ) = ق(⌒ب أ ء)

بحذف ق(⌒أ ء) من الطرفين

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒حـ ء)

∴ أ ب = حـ ء

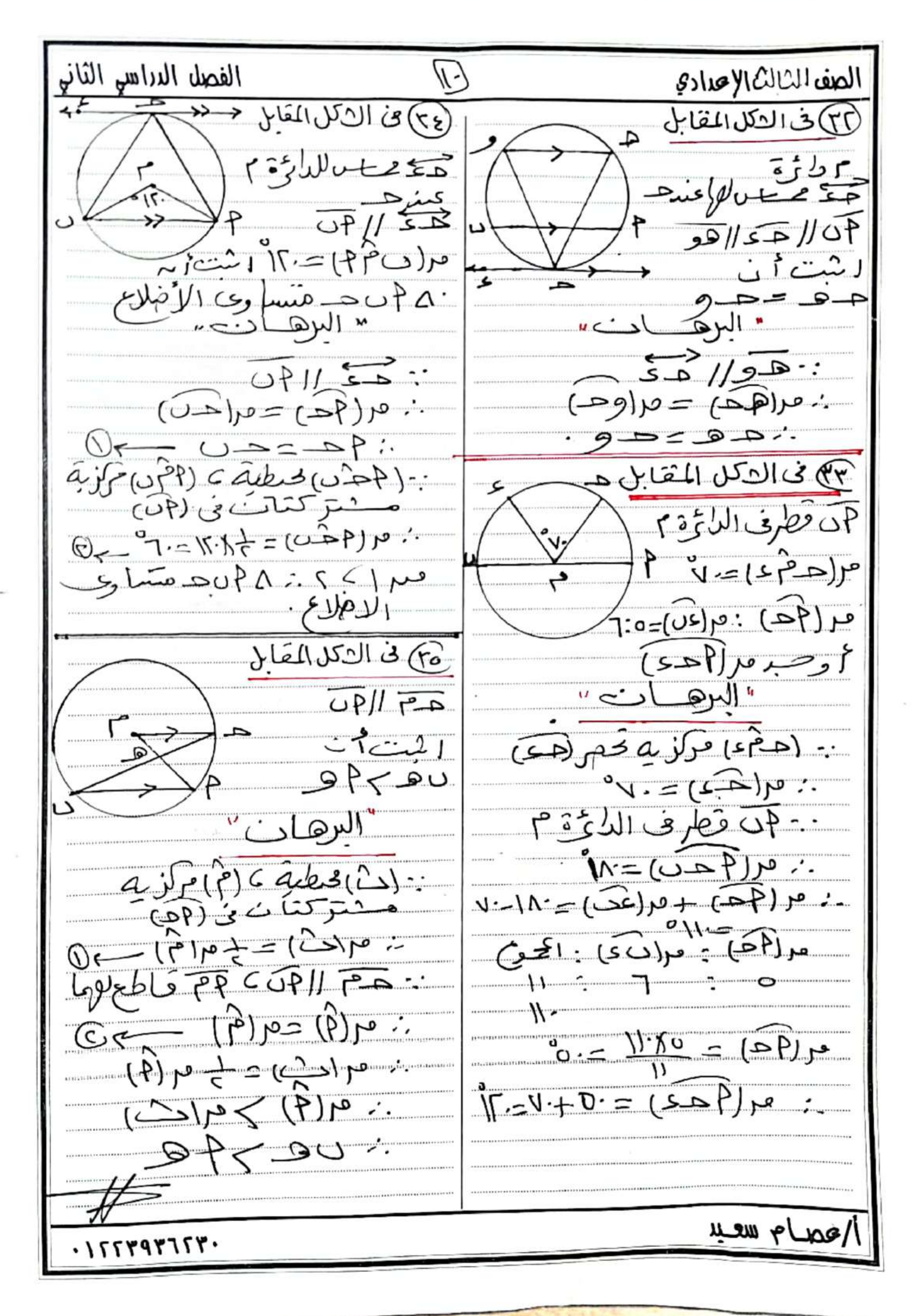
٣س - ٥ = س + ٣

٣س - س = ٣ + ٥

٢س = ٨ (÷٢)

س = ٤

أ ب = ٣ × ٤ - ٥ = ٧ سم.



(٣٢) في الشكل المقابل

م دائرة، جـ ء مماس لها عند جـ

أب // جـ ء // هـ و

اثبت أن جـ هـ = جـ و

" البرهان "

∵ هـ و // جـ ء

∴ ق(هـ جـ) = ق(و جـ)

∴ جـ هـ = جـ و .

(٣٣) في الشكل المقابل

أب قطر في الدائرة م

ق(∠جـ م ء) = ٧٠°

ق(أجـ) : ق(ب ء) = ٥ : ٦

أوجد ق(أجـ ء)

" البرهان "

∵ ∠(جـ م ء) مركزية تحصر (جـ ء)

∴ ق(جـ ء) = ٧٠°

∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(أجـ ب) = ١٨٠°

∴ ق(أجـ) + ق(ء ب) = ١٨٠ - ٧٠ = ١١٠°

ق(أجـ) : ق(ب ء) : المجموع

٥ : ٦ : ١١

١١٠

ق(أجـ) = $\frac{٥ \times ١١٠}{١١}$ = ٥٠°

∴ ق(أجـ ء) = ٥٠ + ٧٠ = ١٢٠°

(٣٤) في الشكل المقابل

جـ ء مماس للدائرة م عند جـ

جـ ء // أب

ق(∠أ م ب) = ١٢٠° اثبت أن

△أب جـ متساوي الأضلاع

" البرهان "

∵ جـ ء // أب

∴ ق(أجـ) = ق(جـ ب)

∴ أجـ = جـ ب ← ①

∵ ∠(أجـ ب) محيطية، ∠(أ م ب) مركزية مشتركتان في (أب)

∴ ق(∠أجـ ب) = ½ × ١٢٠ = ٦٠° ← ②

من ١، ٢ ∴ △أب جـ متساوي الأضلاع .

(٣٥) في الشكل المقابل

جـ م // أب

اثبت أن

ب هـ > أ هـ

" البرهان "

∵ ∠(ب) محيطية، ∠(م) مركزية مشتركتان في (أجـ)

∴ ق(∠ب) = ½ ق(∠م) ← ①

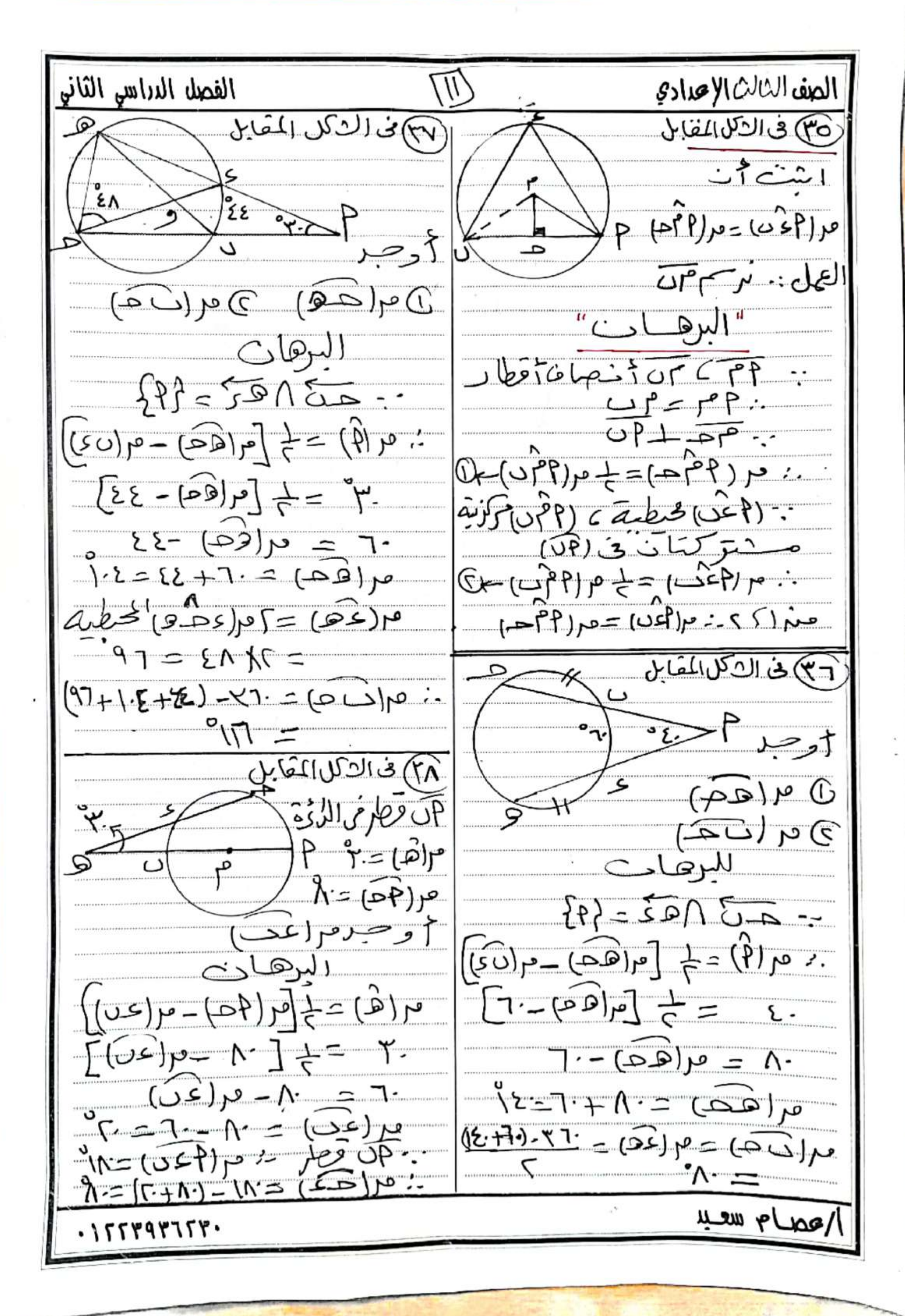
∵ جـ م // أب، أم قاطع لهما

∴ ق(∠أ) = ق(∠م) ← ②

∴ ق(∠ب) = ½ ق(∠أ)

∴ ق(∠أ) > ق(∠ب)

∴ ب هـ > أ هـ



(35) في الشكل المقابل

أثبت أن: مر(∠أ ء ب) = مر(∠أ م حـ)

العمل: نرسم $\overline{م ب}$

"البرهان"

∵ م أ ، م ب أنصاف أقطار

∴ م أ = م ب

∵ $\overline{م حـ} \perp \overline{أ ب}$

∴ مر(∠أ م حـ) = ½ مر(∠أ م ب) ← (1)

∵ (∠أ ء ب) محيطية ، (∠أ م ب) مركزية مشتركتان في (أ ب)

∴ مر(∠أ ء ب) = ½ مر(∠أ م ب) ← (2)

من (1) ، (2) ∴ مر(∠أ ء ب) = مر(∠أ م حـ)

(36) في الشكل المقابل

أوجد ① مر(هـ حـ) ② مر(ب حـ)

البرهان

∵ حـ ب ∩ هـ ء = {أ}

∴ مر(∠أ) = ½ [مر(هـ حـ) − مر(ب ء)]

٤٠ = ½ [مر(هـ حـ) − ٦٠]

٨٠ = مر(هـ حـ) − ٦٠

مر(هـ حـ) = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠°

مر(ب حـ) = مر(ء هـ) = $\frac{٣٦٠ - (١٤٠ + ٦٠)}{٢}$ = ٨٠°

(37) في الشكل المقابل

أوجد ① مر(حـ هـ) ② مر(ب حـ)

البرهان

∵ حـ ب ∩ هـ ء = {أ}

∴ مر(∠أ) = ½ [مر(هـ حـ) − مر(ب ء)]

٣٠ = ½ [مر(هـ حـ) − ٤٤]

٦٠ = مر(هـ حـ) − ٤٤

مر(هـ حـ) = ٦٠ + ٤٤ = ١٠٤°

مر(ء هـ) = ٢ مر(∠ء حـ هـ) المحيطية

= ٢ × ٤٨ = ٩٦°

∴ مر(ب حـ) = ٣٦٠ − (٤٤ + ١٠٤ + ٩٦)

= ١١٦°

(38) في الشكل المقابل

أ ب قطر في الدائرة م ، مر(∠هـ) = ٣٠° ، مر(أ حـ) = ٨٠° ، أوجد مر(ء حـ)

البرهان

مر(∠هـ) = ½ [مر(أ حـ) − مر(ء ب)]

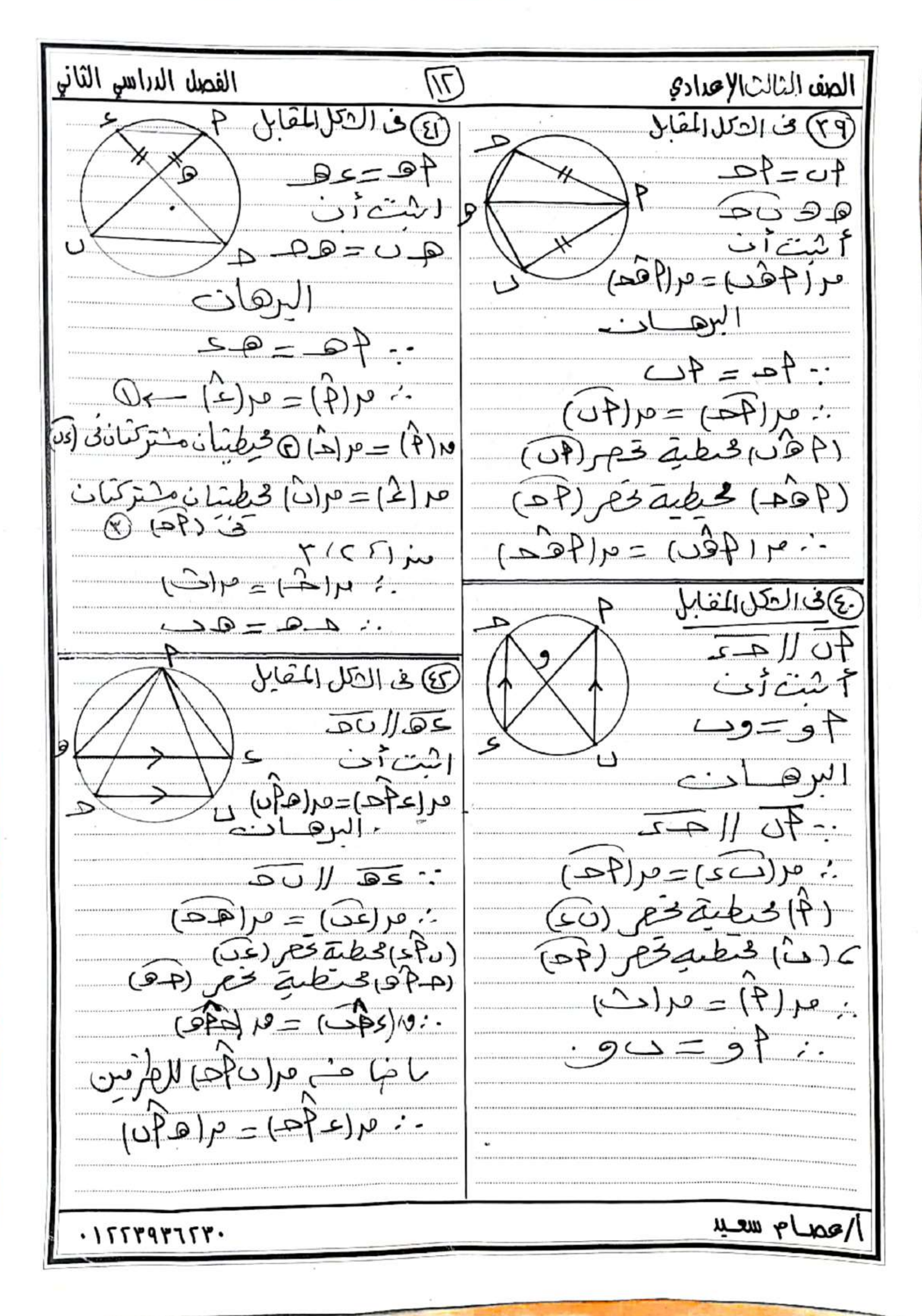
٣٠ = ½ [٨٠ − مر(ء ب)]

٦٠ = ٨٠ − مر(ء ب)

مر(ء ب) = ٨٠ − ٦٠ = ٢٠°

∵ أ ب قطر ∴ مر(أ ء ب) = ١٨٠°

∴ مر(ء حـ) = ١٨٠ − (٨٠ + ٢٠) = ٨٠°



٣٩) في الشكل المقابل

أب = أجـ

هـ ∈ $\overset{\frown}{بجـ}$

أثبت أن

ق(∠أهـب) = ق(∠أهـجـ)

البرهان

∵ أجـ = أب

∴ ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ق($\overset{\frown}{أب}$)

(∠أهـب) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{أب}$)

(∠أهـجـ) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{أجـ}$)

∴ ق(∠أهـب) = ق(∠أهـجـ)

٤٠) في الشكل المقابل

أب // جـد

أثبت أن

أو = وب

البرهان

∵ أب // جـد

∴ ق($\overset{\frown}{بد}$) = ق($\overset{\frown}{أجـ}$)

(∠أ) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{بد}$)

(∠ب) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{أجـ}$)

∴ ق(∠أ) = ق(∠ب)

∴ أو = بو

٤١) في الشكل المقابل

أهـ = دهـ

أثبت أن

هـب = هـجـ

البرهان

∵ أهـ = هـد

∴ ق(∠أ) = ق(∠د) ← ①

ق(∠أ) = ق(∠جـ) ② محيطيتان مشتركتان في (بد)

ق(∠د) = ق(∠ب) محيطيتان مشتركتان في (أجـ) ③

من ١، ٢، ٣

∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب)

∴ جـهـ = هـب

٤٣) في الشكل المقابل

دهـ // بجـ

أثبت أن

ق(∠دأجـ) = ق(∠هـأب)

البرهان

∵ دهـ // بجـ

∴ ق($\overset{\frown}{دب}$) = ق($\overset{\frown}{هـجـ}$)

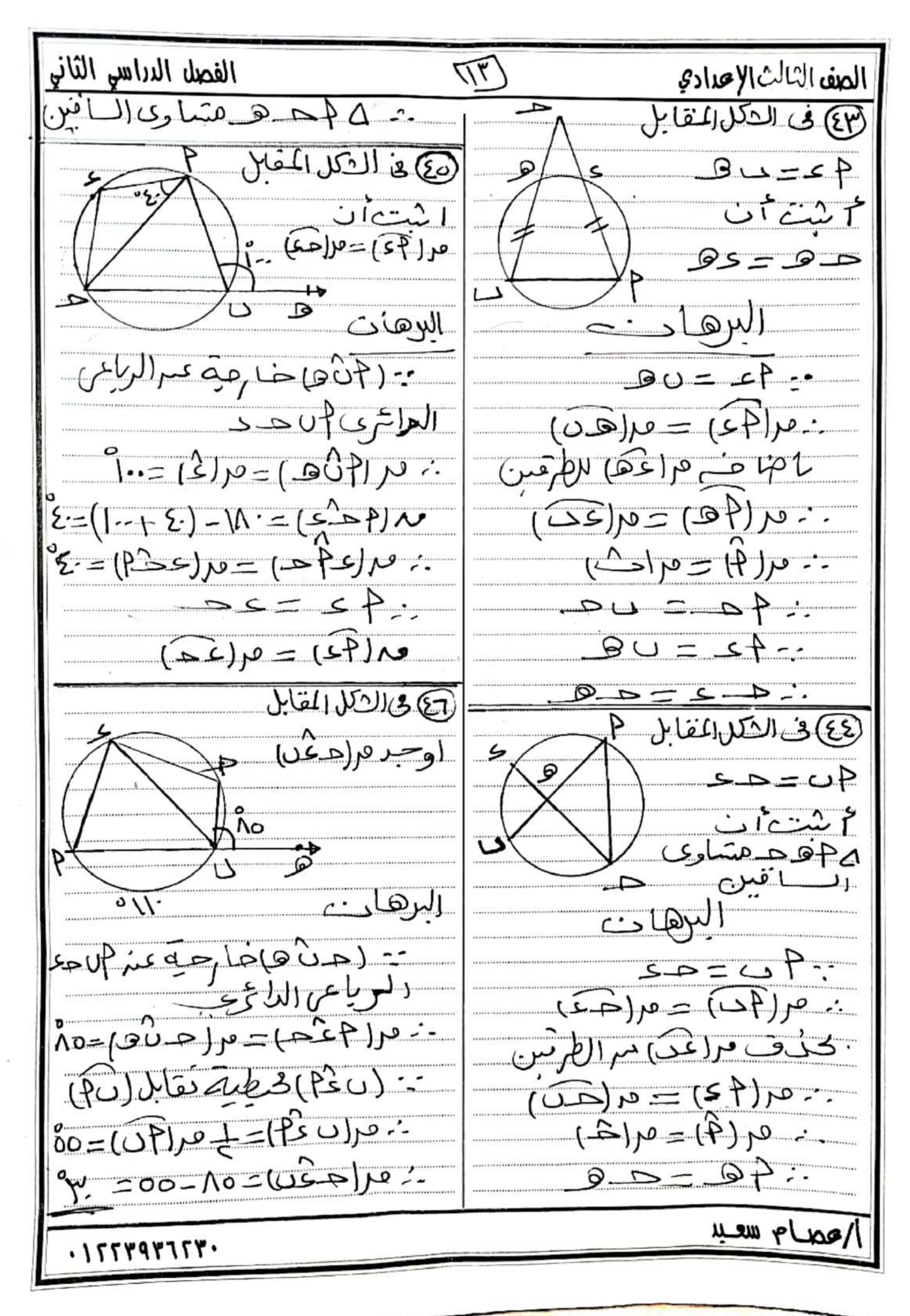
(∠بأد) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{دب}$)

(∠جـأهـ) محيطية تحصر ($\overset{\frown}{جـهـ}$)

∴ ق(∠بأد) = ق(∠جـأهـ)

بإضافة ق(∠بأجـ) للطرفين

∴ ق(∠دأجـ) = ق(∠هـأب)



(٤٣) في الشكل المقابل

أ ء = ب هـ

أثبت أن

جـ هـ = ء هـ

البرهان

∵ أ ء = ب هـ

∴ ق(أ ء⌒) = ق(هـ ب⌒)

بإضافة ق(ء هـ⌒) للطرفين

∴ ق(أ هـ⌒) = ق(ء ب⌒)

∴ ق(∠أ) = ق(∠ب)

∴ أ جـ = ب جـ

∵ أ ء = ب هـ

∴ جـ ء = جـ هـ

∴ △ أ جـ هـ متساوي الساقين

(٤٤) في الشكل المقابل

أ ب = جـ ء

أثبت أن

△ أ هـ جـ متساوي الساقين

البرهان

∵ أ ب = جـ ء

∴ ق(أ ب⌒) = ق(جـ ء⌒)

بحذف ق(ء ب⌒) من الطرفين

∴ ق(أ ء⌒) = ق(جـ ب⌒)

∴ ق(∠أ) = ق(∠جـ)

∴ أ هـ = جـ هـ

(٤٥) في الشكل المقابل

أثبت أن

ق(أ ء⌒) = ق(جـ ء⌒)

البرهان

∵ (∠أ ب هـ) خارجة عن الرباعي الدائري أ ب جـ ء

∴ ق(∠أ ب هـ) = ق(∠ء) = ١٠٠°

ق(∠أ جـ ء) = ١٨٠° − (٤٠° + ١٠٠°) = ٤٠°

∴ ق(∠ء أ جـ) = ق(∠ء جـ أ) = ٤٠°

∴ أ ء = ء جـ

ق(أ ء⌒) = ق(ء جـ⌒)

(٤٦) في الشكل المقابل

أوجد ق(∠جـ ء ب)

البرهان

∵ (∠جـ ب هـ) خارجة عن أ ب جـ ء الرباعي الدائري

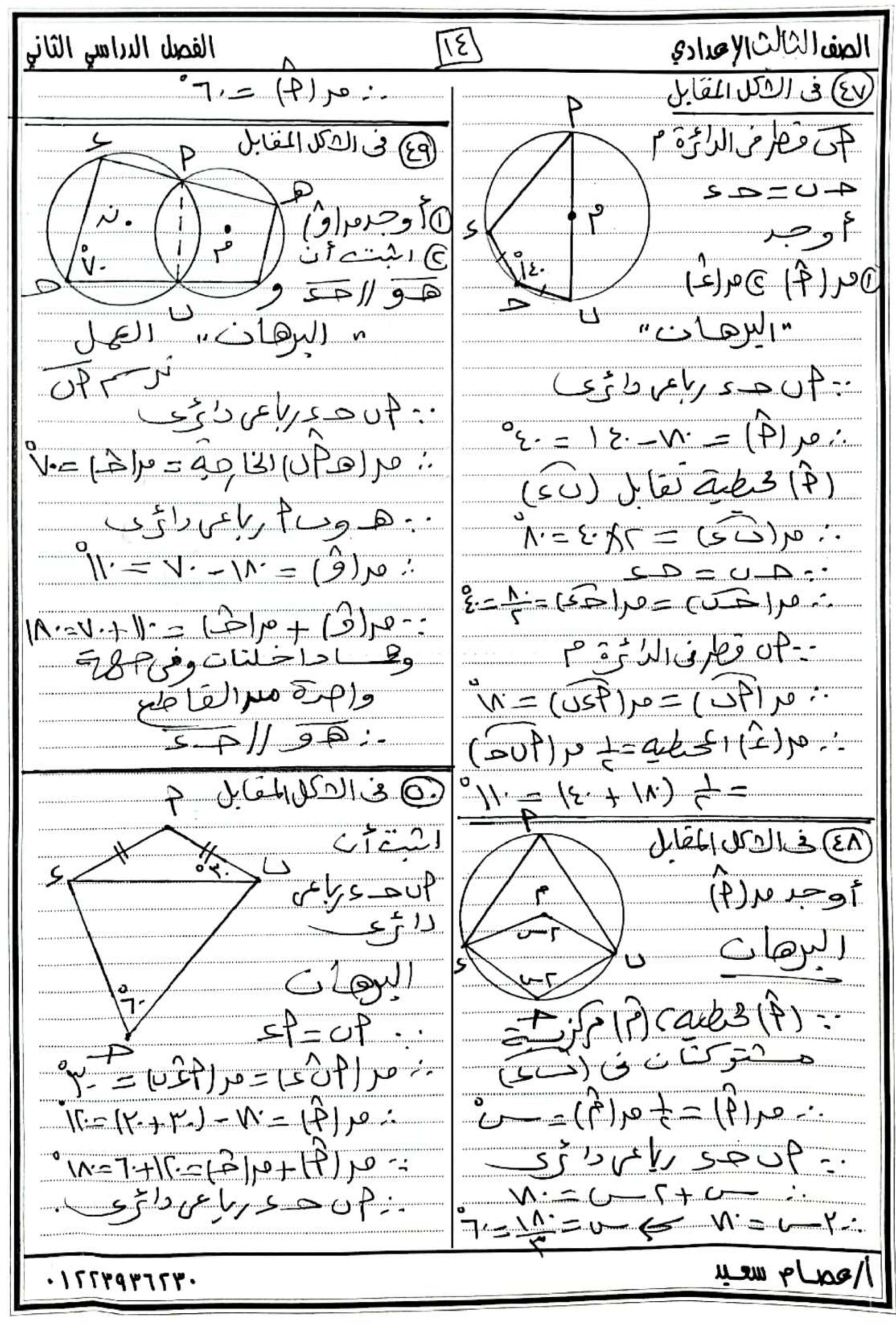
∴ ق(∠أ ء جـ) = ق(∠جـ ب هـ) = ٨٥°

∵ (∠ب ء أ) محيطية تقابل (ب أ⌒)

∴ ق(∠ب ء أ) = ½ ق(ب أ⌒) = ٥٥°

∴ ق(∠جـ ء ب) = ٨٥ − ٥٥ = ٣٠°

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠



(٤٧) في الشكل المقابل

أب قطر في الدائرة م

حب = حء

أوجد

(١) ق(∠أ) (٢) ق(∠ء)

"البرهان"

∵ أب حء رباعي دائري

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

(∠أ) محيطية تقابل (ب ء)

∴ ق(ب ء) = ٢ × ٤٠ = ٨٠°

∵ حب = حء

∴ ق(حب) = ق(حء) = $\frac{٨٠}{٢}$ = ٤٠°

∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(أب) = ق(أءب) = ١٨٠°

∴ ق(∠ء) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق(أبح)

= $\frac{١}{٢}$ (١٨٠ + ٤٠) = ١١٠°

(٤٨) في الشكل المقابل

أوجد ق(∠أ)

البرهان

∵ (∠أ) محيطية، (∠م) مركزية مشتركتان في (ب ء)

∴ ق(∠أ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠م) = س°

∵ أب حء رباعي دائري

∴ س + ٢س = ١٨٠

∴ ٣س = ١٨٠ ⇐ س = $\frac{١٨٠}{٣}$ = ٦٠°

∴ ق(∠أ) = ٦٠°

(٤٩) في الشكل المقابل

(١) أوجد ق(∠و)

(٢) اثبت أن هو // حء

"البرهان" العمل

نرسم أب

∵ أب حء رباعي دائري

∴ ق(∠هأب) الخارجة = ق(∠ح) = ٧٠°

∵ هوب أ رباعي دائري

∴ ق(∠و) = ١٨٠ − ٧٠ = ١١٠°

∵ ق(∠و) + ق(∠ح) = ١١٠ + ٧٠ = ١٨٠

وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ هو // حء

(٥٠) في الشكل المقابل

اثبت أن أب حء رباعي دائري

البرهان

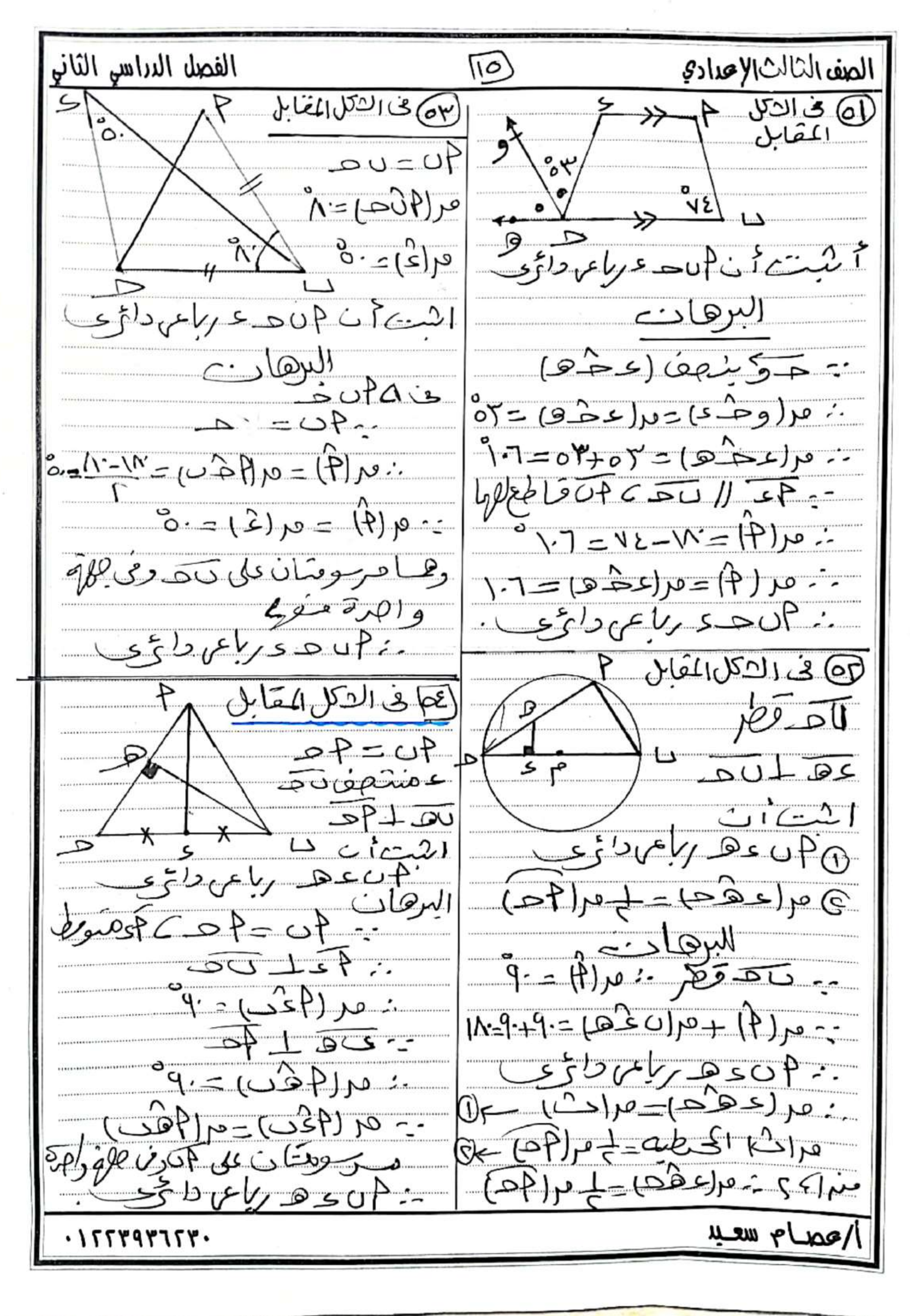
∵ أب = أء

∴ ق(∠أبء) = ق(∠أءب) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٣٠) = ١٢٠

∵ ق(∠أ) + ق(∠ح) = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠°

∴ أب حء رباعي دائري



(٥١) في الشكل المقابل

أثبت أن أ ب جـ د رباعي دائري

البرهان

∵ جـ و ينصف (∠د جـ هـ)

∴ ق(∠و جـ د) = ق(∠د جـ و) = ٥٣°

∴ ق(∠د جـ هـ) = ٥٣ + ٥٣ = ١٠٦°

∵ أ د // ب جـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − ٧٤ = ١٠٦°

∴ ق(∠أ) = ق(∠د جـ هـ) = ١٠٦°

∴ أ ب جـ د رباعي دائري.

(٥٣) في الشكل المقابل

أ ب = ب جـ

ق(∠أ ب جـ) = ٨٠°

ق(∠د) = ٥٠°

أثبت أن أ ب جـ د رباعي دائري

البرهان

في △ أ ب جـ

∵ أ ب = ب جـ

∴ ق(∠أ) = ق(∠أ جـ ب) = (١٨٠ − ٨٠) ÷ ٢ = ٥٠°

∴ ق(∠أ) = ق(∠د) = ٥٠°

وهما مرسومتان على ب جـ وفي جهة واحدة منه

∴ أ ب جـ د رباعي دائري

(٥٢) في الشكل المقابل

ب جـ قطر

د هـ ⊥ ب جـ

أثبت أن

(١) أ ب د هـ رباعي دائري

(٢) ق(∠د هـ جـ) = ½ ق(⌒أ جـ)

البرهان

∵ ب جـ قطر ∴ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ ق(∠أ) + ق(∠ب د هـ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

∴ أ ب د هـ رباعي دائري

∴ ق(∠د هـ جـ) = ق(∠ب) ← (١)

ق∠ب المحيطية = ½ ق(⌒أ جـ) ← (٢)

من ١، ٢ ∴ ق(∠د هـ جـ) = ½ ق(⌒أ جـ)

(٥٤) في الشكل المقابل

أ ب = أ جـ

د منتصف ب جـ

ب هـ ⊥ أ جـ

أثبت أن أ ب د هـ رباعي دائري

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ، أ د متوسط

∴ أ د ⊥ ب جـ

∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠°

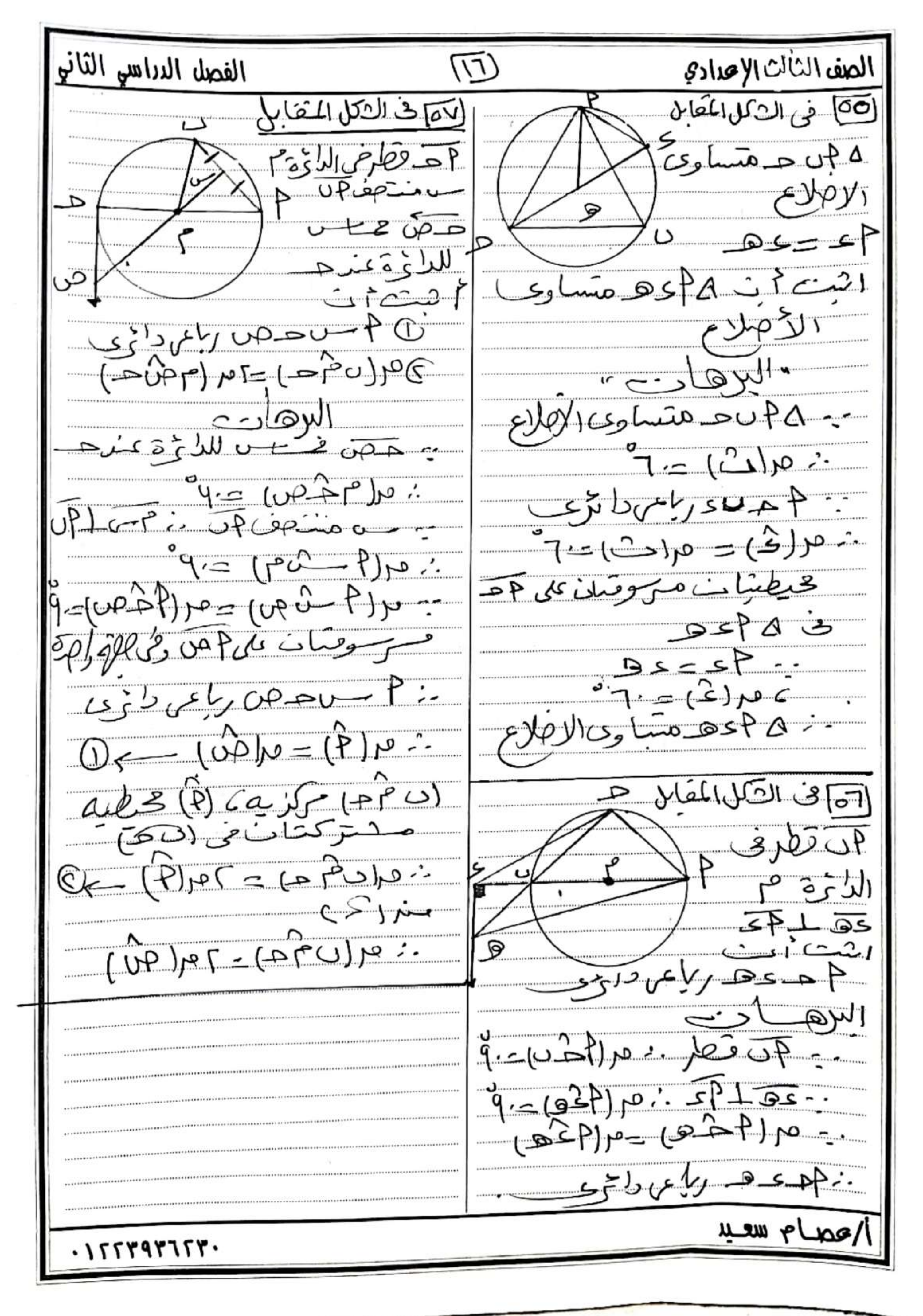
∵ ب هـ ⊥ أ جـ

∴ ق(∠أ هـ ب) = ٩٠°

∴ ق(∠أ د ب) = ق(∠أ هـ ب)

مرسومتان على أ ب وفي جهة واحدة

∴ أ ب د هـ رباعي دائري.



[٥٥] في الشكل المقابل

△ أ ب حـ متساوي الأضلاع

أ ء = ء هـ

اثبت أن △ أ ء هـ متساوي الأضلاع

"البرهان"

∵ △ أ ب حـ متساوي الأضلاع

∴ ق(∠ب) = ٦٠°

∵ أ حـ ب ء رباعي دائري

∴ ق(∠ء) = ق(∠ب) = ٦٠°

محيطيتان مرسومتان على أ حـ

في △ أ ء هـ

∵ أ ء = ء هـ

، ق(∠ء) = ٦٠°

∴ △ أ ء هـ متساوي الأضلاع

[٥٦] في الشكل المقابل

أ ب قطر في الدائرة م

ء هـ ⊥ أ ء

اثبت أن

أ حـ ء هـ رباعي دائري

البرهان

∵ أ ب قطر ∴ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠°

∵ ء هـ ⊥ أ ء ∴ ق(∠أ ء هـ) = ٩٠°

∴ ق(∠أ حـ هـ) = ق(∠أ ء هـ)

∴ أ حـ ء هـ رباعي دائري

[٥٧] في الشكل المقابل

أ حـ قطر في الدائرة م

س منتصف أ ب

حـ ص مماس للدائرة عند حـ

أثبت أن

(١) أ س حـ ص رباعي دائري

(٢) ق(∠ب م حـ) = ٢ ق(∠م ص حـ)

البرهان

∵ حـ ص مماس للدائرة عند حـ

∴ ق(∠م حـ ص) = ٩٠°

∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب

∴ ق(∠أ س م) = ٩٠°

∵ ق(∠أ س ص) = ق(∠أ حـ ص) = ٩٠°

مرسومتان على أ ص وفي جهة واحدة

∴ أ س حـ ص رباعي دائري

∴ ق(∠أ) = ق(∠ص) ← (١)

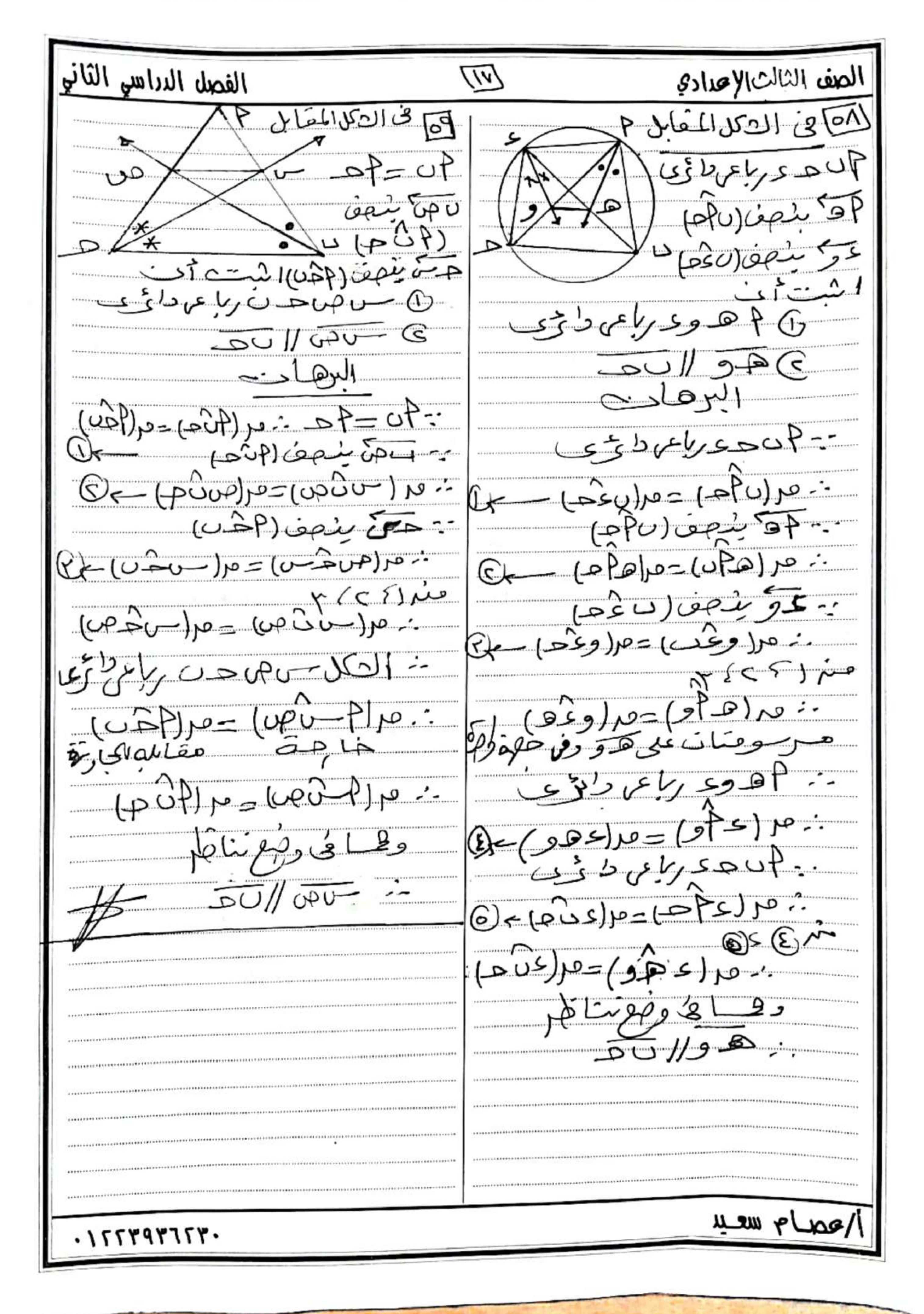
∠ب م حـ مركزية، ∠أ محيطية مشتركتان في ب حـ

∴ ق(∠ب م حـ) = ٢ ق(∠أ) ← (٢)

من ١، ٢

∴ ق(∠ب م حـ) = ٢ ق(∠ص)

أ/ عصام سعيد ٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠



٥٨ في الشكل المقابل

أ ب جـ د رباعي دائري

أ هـ ينصف (ب أ جـ)

د و ينصف (ب د جـ)

اثبت أن

① أ هـ و د رباعي دائري

② هـ و // ب جـ

البرهان

∵ أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(ب أ جـ) = ق(ب د جـ) ← ①

∵ أ هـ ينصف (ب أ جـ)

∴ ق(هـ أ ب) = ق(هـ أ جـ) ← ②

∵ د و ينصف (ب د جـ)

∴ ق(و د ب) = ق(و د جـ) ← ③

من ①، ②، ③

∴ ق(هـ أ و) = ق(و د هـ)

مرسومتان على هـ و وفي جهة واحدة

∴ أ هـ و د رباعي دائري

∴ ق(د أ و) = ق(د هـ و) ← ④

∵ أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(د أ جـ) = ق(د ب جـ) ← ⑤

من ④، ⑤

∴ ق(د هـ و) = ق(د ب جـ)

وهما في وضع تناظر

∴ هـ و // ب جـ

٥٩ في الشكل المقابل

أ ب = أ جـ

ب ص ينصف (أ ب جـ)

جـ س ينصف (أ جـ ب) اثبت أن

① س ص جـ ب رباعي دائري

② س ص // ب جـ

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(أ ب جـ) = ق(أ جـ ب) ← ①

∵ ب ص ينصف (أ ب جـ)

∴ ق(س ب ص) = ق(ص ب جـ) ← ②

∵ جـ س ينصف (أ جـ ب)

∴ ق(ص جـ س) = ق(س جـ ب) ← ③

من ①، ②، ③

∴ ق(س ب ص) = ق(س جـ ص)

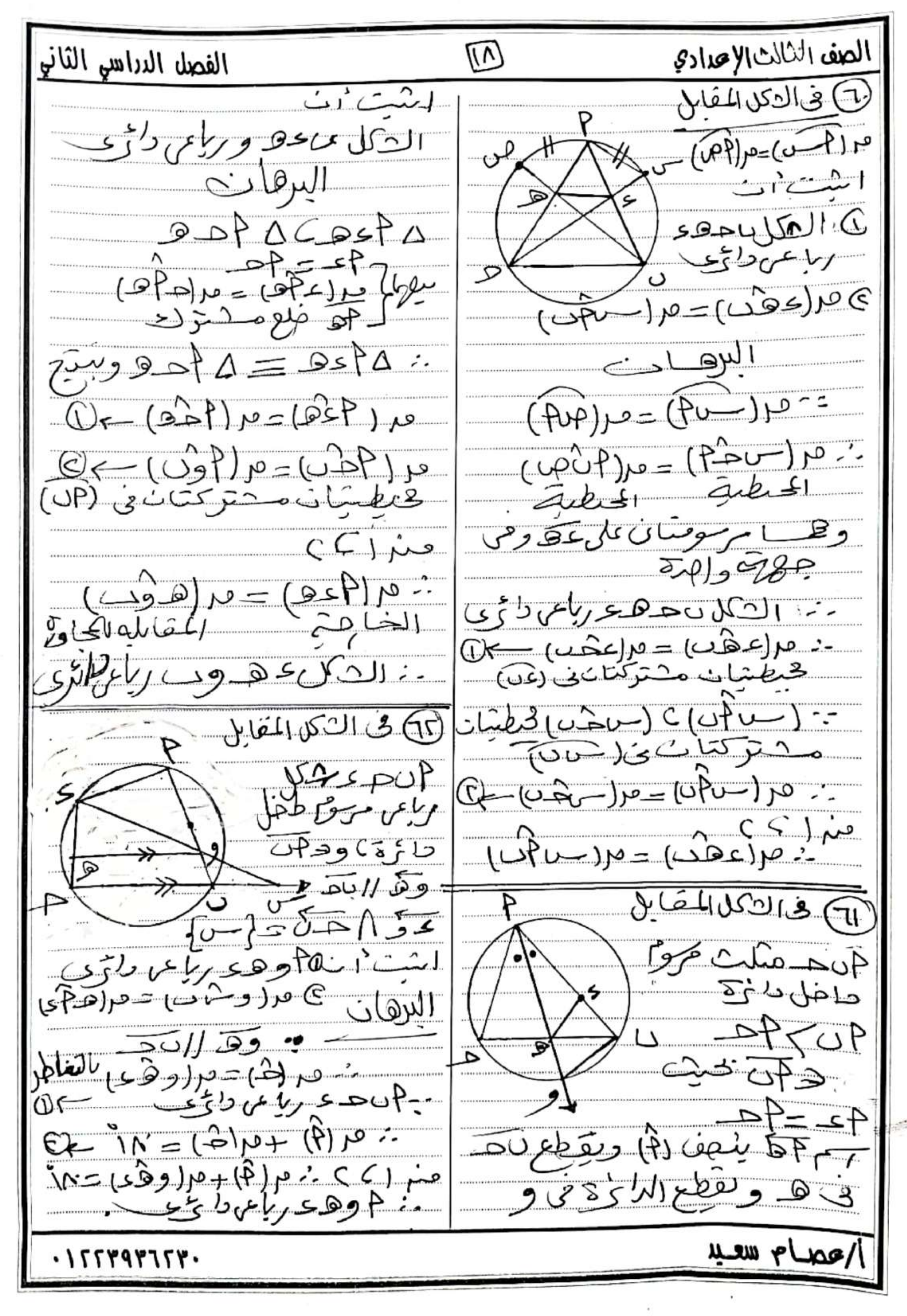
∴ الشكل س ص جـ ب رباعي دائري

∴ ق(أ س ص) = ق(أ جـ ب) خارجة مقابلة للمجاورة

∴ ق(أ س ص) = ق(أ ب جـ)

وهما في وضع تناظر

∴ س ص // ب جـ



(٦٠) في الشكل المقابل

مر(أ س) = مر(أ ص)

اثبت أن

① الشكل ب حـ هـ ء رباعي دائري

② مر(∠ء هـ د) = مر(∠س حـ ب)

البرهان

∵ مر(س أ) = مر(أ ص)

∴ مر(∠س حـ أ) = مر(∠أ ب ص) المحيطية

وهما مرسومتان على قاعدة ومن جهة واحدة

∴ الشكل ب حـ هـ ء رباعي دائري

∴ مر(∠ء هـ د) = مر(∠ء حـ ب) ← ① محيطيتان مشتركتان في (ء ب)

∵ (∠س أ ب) ، (∠س حـ ب) محيطيتان مشتركتان في (س ب)

∴ مر(∠س أ ب) = مر(∠س حـ ب) ← ②

من ١ ، ٢ ∴ مر(∠ء هـ د) = مر(∠س أ ب)

(٦١) في الشكل المقابل

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

أ ب > أ حـ

ء ∈ أ ب حيث

أ ء = أ حـ

رسم أ هـ ينصف (∠أ) ويقطع ب حـ في هـ ويقطع الدائرة في و

اثبت أن

الشكل ب ء هـ و رباعي دائري

البرهان

Δ أ ء هـ ، Δ أ حـ هـ

فيهما:
- أ ء = أ حـ
- مر(∠ء أ هـ) = مر(∠حـ أ هـ)
- أ هـ ضلع مشترك

∴ Δ أ ء هـ ≡ Δ أ حـ هـ وينتج

مر(∠أ ء هـ) = مر(∠أ حـ هـ) ← ①

مر(∠أ حـ ب) = مر(∠أ و ب) ← ② محيطيتان مشتركتان في (أ ب)

من ١ ، ٢

∴ مر(∠أ ء هـ) = مر(∠هـ و ب) الخارجة = المقابلة للمجاورة

∴ الشكل ء هـ و ب رباعي دائري

(٦٢) في الشكل المقابل

أ ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، و ∈ أ ب

و هـ // ب حـ

ء و ∩ حـ ب = {س}

اثبت أن ① أ و هـ ء رباعي دائري ② مر(∠و س ب) = مر(∠هـ أ ء)

البرهان

∵ و هـ // ب حـ

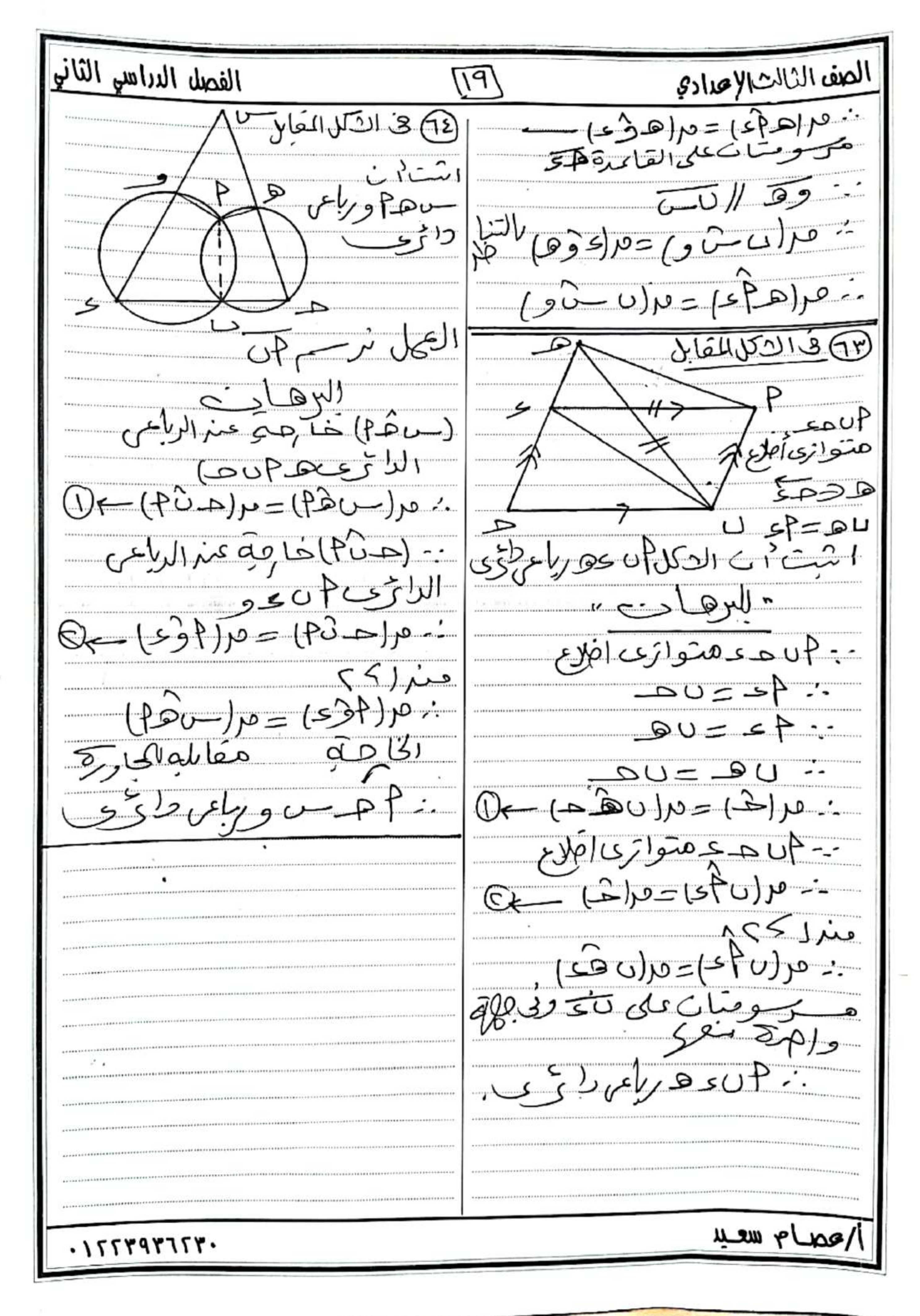
∴ مر(∠حـ) = مر(∠و هـ ء) بالتناظر ← ①

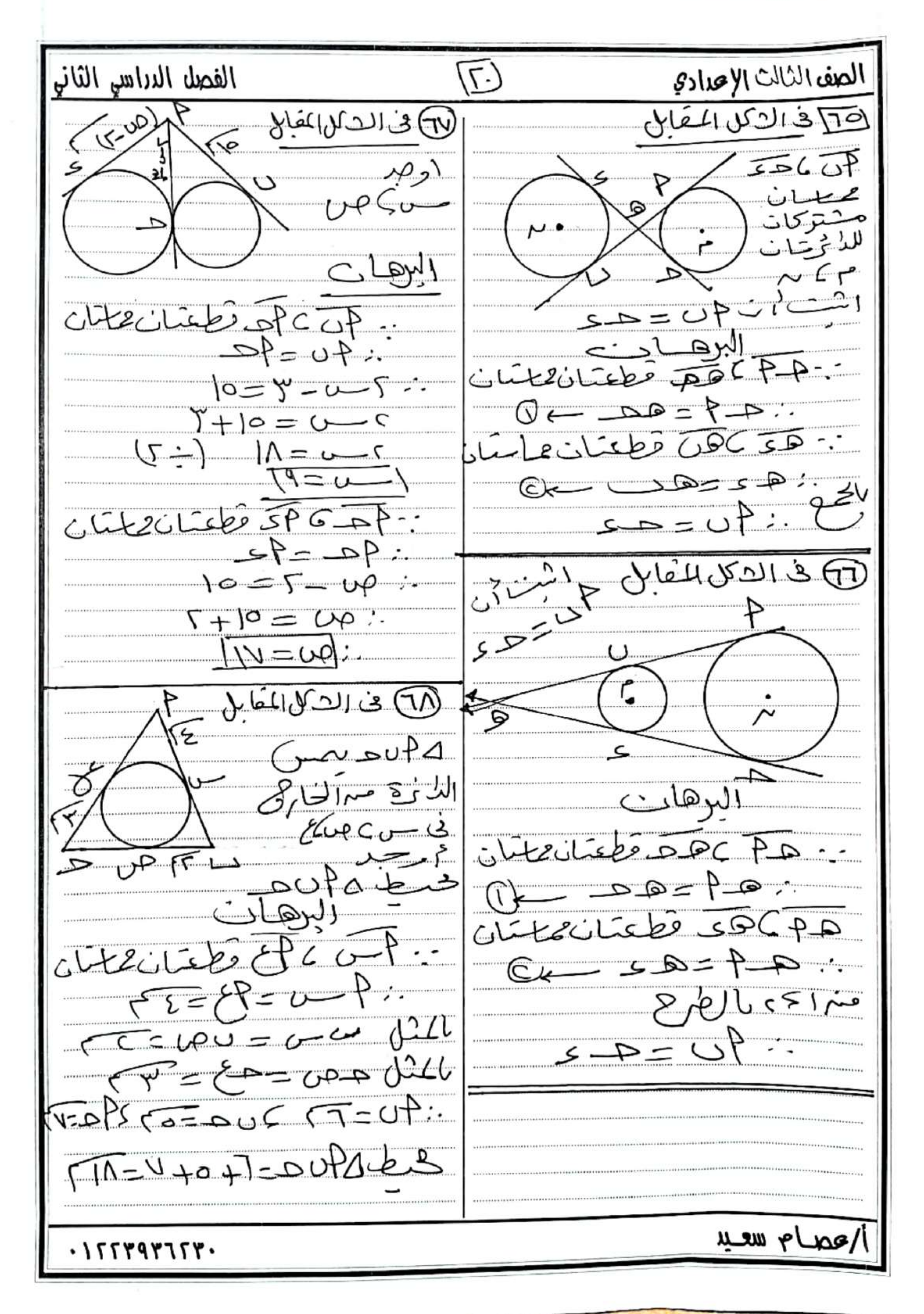
∵ أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ مر(∠أ) + مر(∠حـ) = ١٨٠° ← ②

من ١ ، ٢ ∴ مر(∠أ) + مر(∠و هـ ء) = ١٨٠°

∴ أ و هـ ء رباعي دائري .


الصف الثالث الإعدادي
١٩
الفصل الدراسي الثاني
∵ ق(∠هـ أ ء) = ق(∠هـ و ء) مرسومتان على القاعدة هـ ء
∵ و هـ // ب جـ
∴ ق(∠ب س و) = ق(∠ء و هـ) بالتناظر
∴ ق(∠هـ أ ء) = ق(∠ب س و)
٦٣ في الشكل المقابل
أ ب جـ ء متوازي أضلاع
هـ ∈ جـ ء
ب هـ = أ ء
اثبت أن الشكل أ ب ء هـ رباعي دائري
البرهان
∵ أ ب جـ ء متوازي أضلاع
∴ أ ء = ب جـ
∵ أ ء = ب هـ
∴ ب هـ = ب جـ
∴ ق(∠جـ) = ق(∠ب هـ جـ) ← ①
∵ أ ب جـ ء متوازي أضلاع
∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠جـ) ← ②
من ١، ٢
∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠ب هـ ء) مرسومتان على ب ء وفي جهة واحدة منها
∴ أ ب ء هـ رباعي دائري.
٦٤ في الشكل المقابل
اثبت أن س هـ أ و رباعي دائري
العمل نرسم أ ب
البرهان
(∠س هـ أ) خارجة عن الرباعي الدائري أ هـ جـ ب
∴ ق(∠س هـ أ) = ق(∠جـ ب أ) ← ①
∵ (∠جـ ب أ) خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ء و
∴ ق(∠جـ ب أ) = ق(∠أ و ء) ← ②
من ١، ٢
∴ ق(∠أ و ء) = ق(∠س هـ أ) الخارجة = المقابلة للمجاورة
∴ أ هـ س و رباعي دائري
أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠



٦٥ في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـ د}$ مماسان مشتركان للدائرتين م ، ن
اثبت أن أب = جـ د

البرهان

∵ هـ أ ، هـ جـ قطعتان مماستان
∴ هـ أ = هـ جـ ← ①
∵ هـ د ، هـ ب قطعتان مماستان
∴ هـ د = هـ ب ← ②
بالجمع ∴ أب = جـ د

٦٦ في الشكل المقابل اثبت أن أب = جـ د

البرهان

∵ هـ أ ، هـ جـ قطعتان مماستان
∴ هـ أ = هـ جـ ← ①
هـ أ ، هـ د قطعتان مماستان
∴ هـ أ = هـ د ← ②
من ١ ، ٢ بالطرح
∴ أب = جـ د

٦٧ في الشكل المقابل

أوجد س ، ص

البرهان

∵ أب ، أجـ قطعتان مماستان
∴ أب = أجـ
∴ ٢س − ٣ = ١٥
٢س = ١٥ + ٣
٢س = ١٨ (÷ ٢)
س = ٩

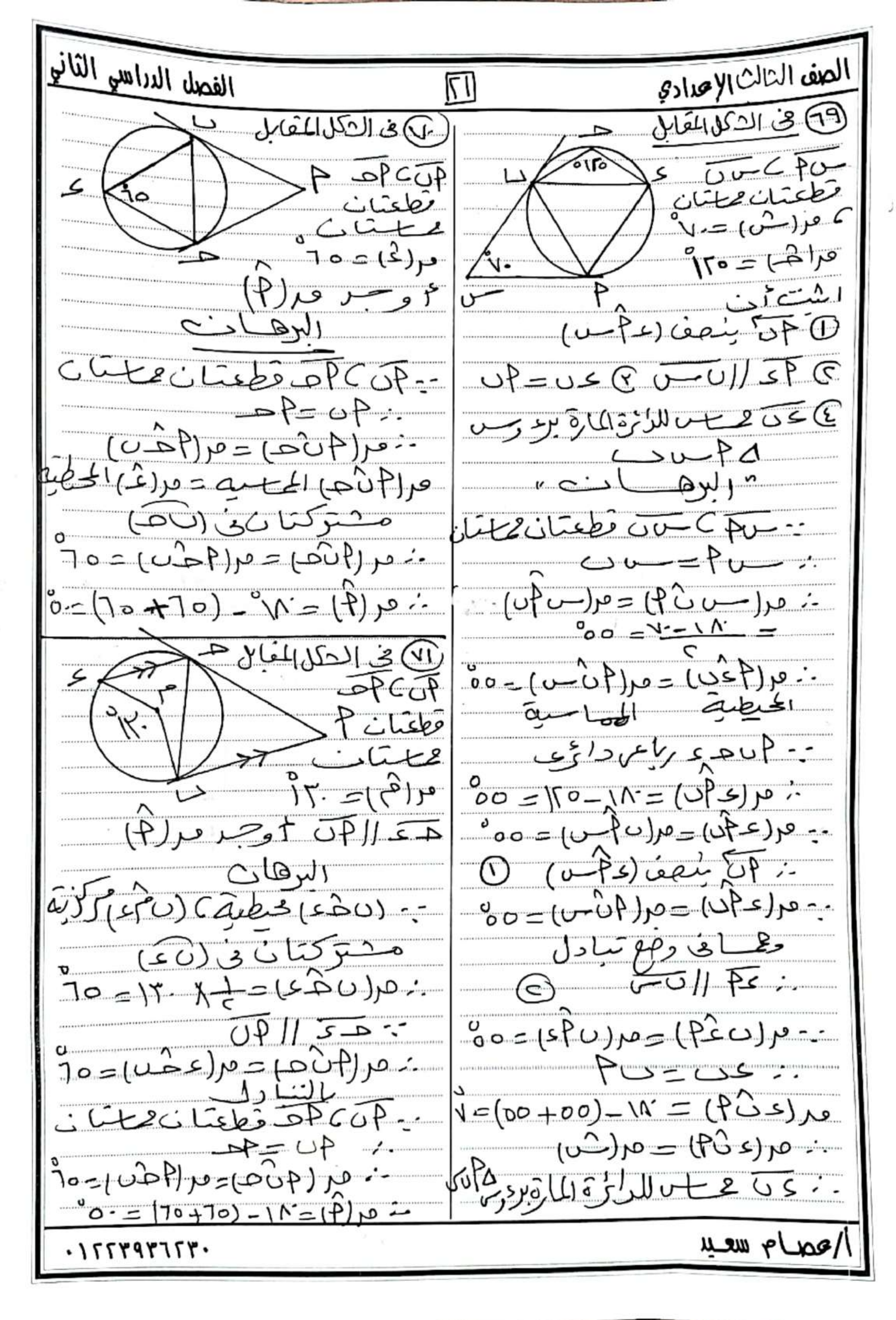
∵ أجـ ، أد قطعتان مماستان
∴ أجـ = أد
∴ ص − ٢ = ١٥
∴ ص = ١٥ + ٢
∴ ص = ١٧

٦٨ في الشكل المقابل

△ أ ب جـ يمس الدائرة من الخارج في س ، ص ، ع
أوجد محيط △ أ ب جـ

البرهان

∵ أس ، أع قطعتان مماستان
∴ أس = أع = ٤ سم
بالمثل ب س = ب ص = ٢ سم
بالمثل جـ ص = جـ ع = ٣ سم
∴ أب = ٦ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أجـ = ٧ سم
محيط △ أ ب جـ = ٦ + ٥ + ٧ = ١٨ سم



(٦٩) في الشكل المقابل

س أ ، س ب قطعتان مماستان ، مر(∠س) = ٧٠° ، مر(∠جـ) = ١٢٥°

اثبت أن

① أ ب ينصف (∠ء أ س)

② ء أ // ب س ③ ء ب = أ ب

④ ء ب مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ س ب

البرهان

∵ س أ ، س ب قطعتان مماستان

∴ س أ = س ب

∴ مر(∠س ب أ) = مر(∠س أ ب) = $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢}$ = ٥٥°

∴ مر(∠أ ء ب) المحيطية = مر(∠أ ب س) المماسية = ٥٥°

∵ أ ب جـ ء رباعي دائري

∴ مر(∠ء أ ب) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥°

∵ مر(∠ء أ ب) = مر(∠ب أ س) = ٥٥°

∴ أ ب ينصف (∠ء أ س) ①

∵ مر(∠ء أ ب) = مر(∠أ ب س) = ٥٥° وهما في وضع تبادل

∴ ء أ // ب س ②

∵ مر(∠ب ء أ) = مر(∠ب أ ء) = ٥٥°

∴ ء ب = ب أ

مر(∠ء ب أ) = ١٨٠ − (٥٥ + ٥٥) = ٧٠°

∴ مر(∠ء ب أ) = مر(∠س)

∴ ء ب مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب س

---

(٧٠) في الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

مر(∠ء) = ٦٥°

أوجد مر(∠أ)

البرهان

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ جـ

∴ مر(∠أ ب جـ) = مر(∠أ جـ ب)

مر(∠أ ب جـ) المماسية = مر(∠ء) المحيطية مشتركتان في (⌒ب جـ)

∴ مر(∠أ ب جـ) = مر(∠أ جـ ب) = ٦٥°

∴ مر(∠أ) = ١٨٠° − (٦٥ + ٦٥) = ٥٠°

---

(٧١) في الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

مر(∠م) = ١٣٠°

جـ ء // أ ب أوجد مر(∠أ)

البرهان

∵ (∠ب جـ ء) محيطية ، (∠ب م ء) مركزية مشتركتان في (⌒ب ء)

∴ مر(∠ب جـ ء) = $\frac{١}{٢}$ × ١٣٠ = ٦٥°

∵ جـ ء // أ ب

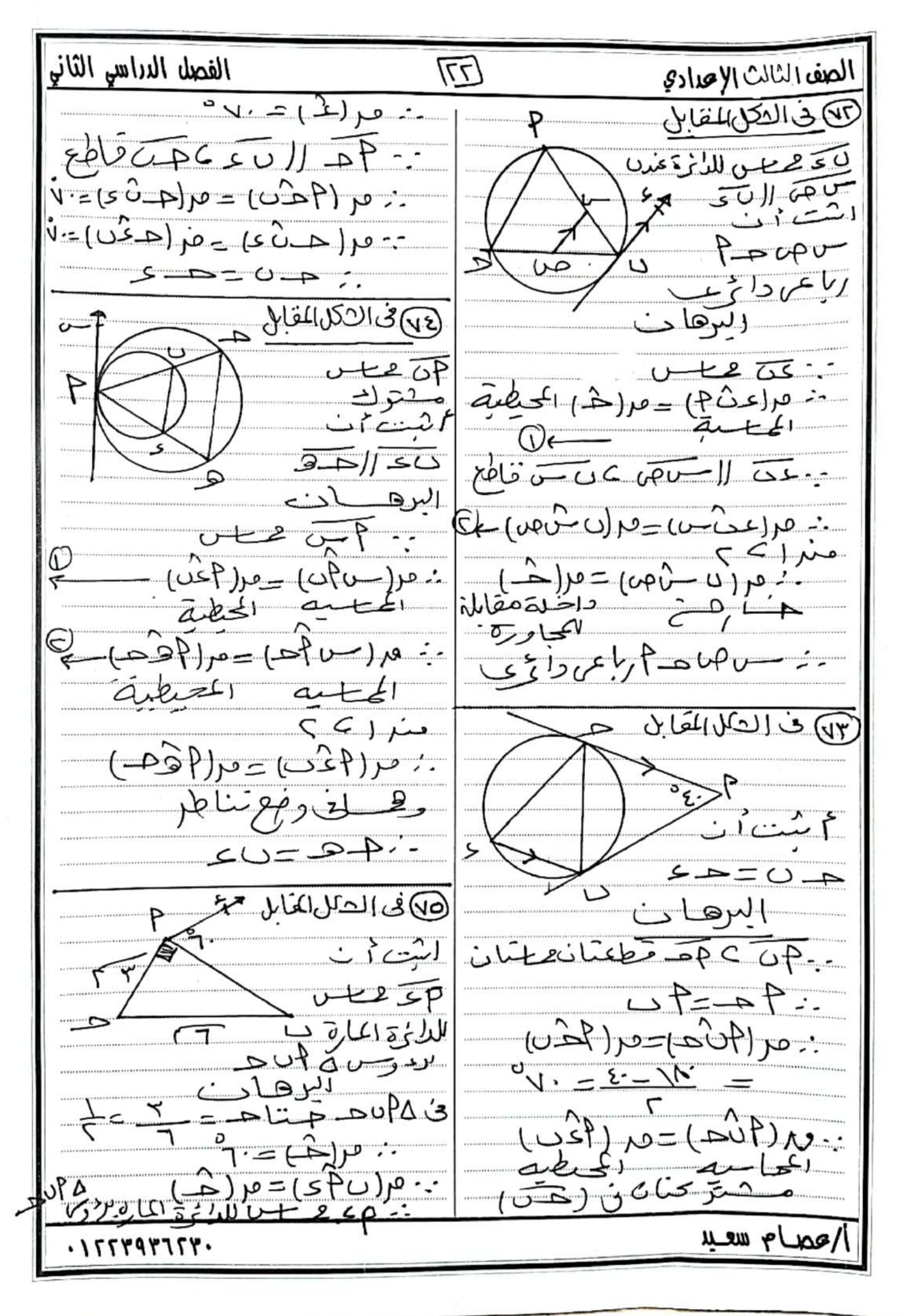
∴ مر(∠أ ب جـ) = مر(∠ء جـ ب) = ٦٥° بالتبادل

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ جـ

∴ مر(∠أ ب جـ) = مر(∠أ جـ ب) = ٦٥°

∴ مر(∠أ) = ١٨٠ − (٦٥ + ٦٥) = ٥٠°



٧٢) في الشكل المقابل

ب ء مماس للدائرة عند ب ، س ص // ب ء

اثبت أن

س ص جـ أ رباعي دائري

البرهان

∵ ب ء مماس

∴ ق(∠ء ب أ) = ق(∠جـ) المحيطية المماسية ← ①

∵ ب ء // س ص ، ب س قاطع

∴ ق(∠ء ب س) = ق(∠ب س ص) بالتبادل ← ②

من ١ ، ٢

∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠جـ)

خارجة داخلة مقابلة للمجاورة

∴ س ص جـ أ رباعي دائري

٧٣) في الشكل المقابل

أثبت أن

جـ ب = جـ ء

البرهان

∵ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ أ جـ = أ ب

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

∵ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ ء ب) المماسية المحيطية مشتركتان في (جـ ب)

∴ ق(∠ء) = ٧٠°

∵ أ جـ // ب ء ، جـ ب قاطع

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ ب ء) = ٧٠°

∴ ق(∠جـ ب ء) = ق(∠جـ ء ب) = ٧٠°

∴ جـ ب = جـ ء

٧٤) في الشكل المقابل

أ س مماس مشترك ، أثبت أن

ب ء // جـ هـ

البرهان

∵ أ س مماس

∴ ق(∠س أ ب) = ق(∠أ ء ب) المماسية المحيطية ← ①

∵ ق(∠س أ جـ) = ق(∠أ هـ جـ) المماسية المحيطية ← ②

من ١ ، ٢

∴ ق(∠أ ء ب) = ق(∠أ هـ جـ)

وهما في وضع تناظر

∴ جـ هـ // ب ء

٧٥) في الشكل المقابل

اثبت أن

أ ء مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ

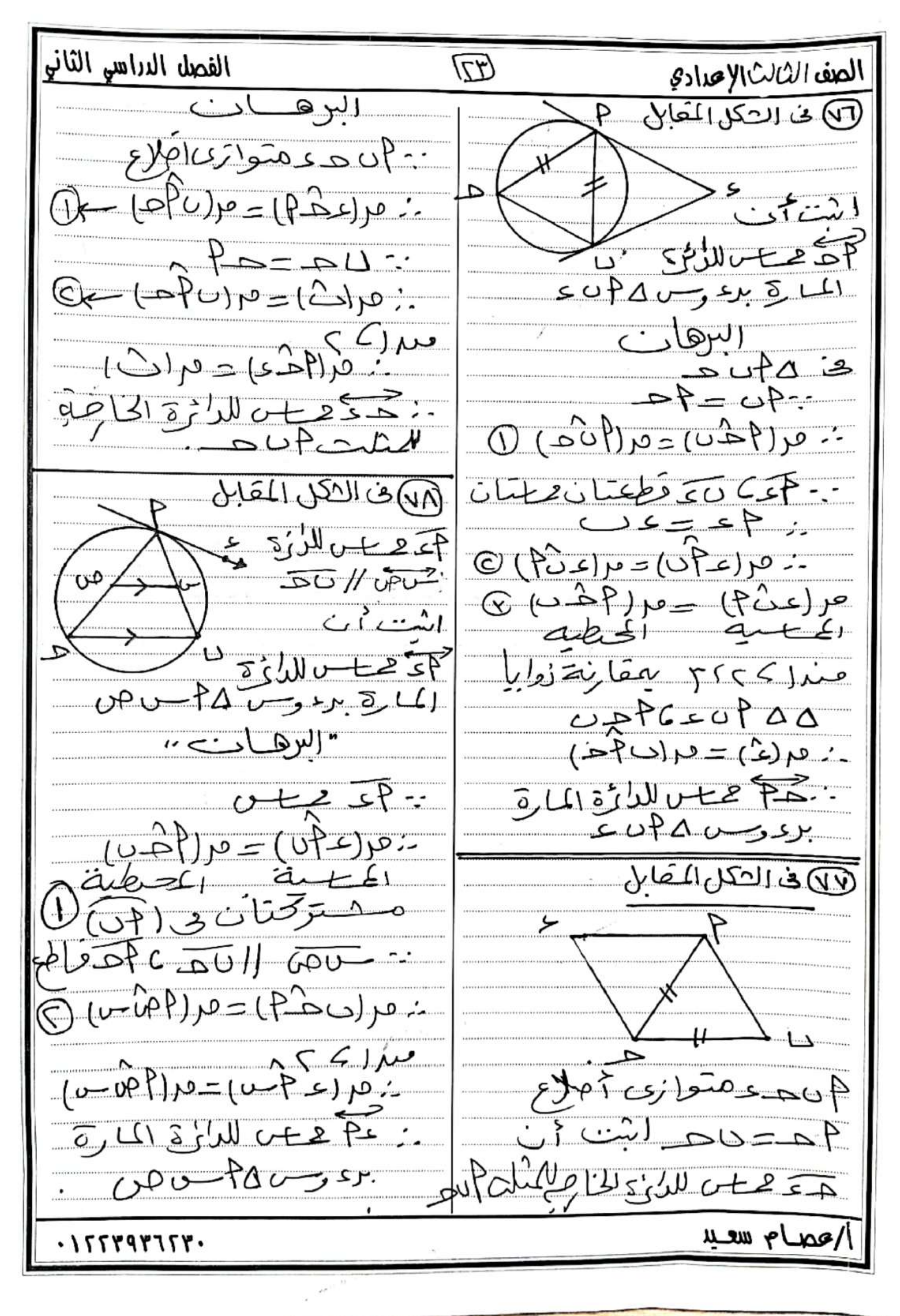
البرهان

في △ أ ب جـ : جتا جـ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ق(∠جـ) = ٦٠°

∵ ق(∠ب أ ء) = ق(∠جـ)

∴ أ ء مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ



(٧٦) في الشكل المقابل

اثبت أن

$\overleftrightarrow{أ جـ}$ مماس للدائرة المارة برءوس △ أ ب ء

البرهان

في △ أ ب جـ

∵ أ ب = أ جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠أ ب جـ) (١)

∵ $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب ء}$ قطعتان مماستان

∴ أ ء = ء ب

∴ ق(∠ء أ ب) = ق(∠ء ب أ) (٢)

ق(∠ء ب أ) = ق(∠أ جـ ب) المماسية المحيطية (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ بمقارنة زوايا △△ أ ب ء ، أ جـ ب

∴ ق(∠ء أ ب) = ق(∠أ جـ ب)

∴ $\overleftrightarrow{جـ أ}$ مماس للدائرة المارة برءوس △ أ ب ء

(٧٧) في الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازي أضلاع

أ جـ = ب جـ اثبت أن

جـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

البرهان

∵ أ ب جـ ء متوازي أضلاع

∴ ق(∠ء جـ أ) = ق(∠ب أ جـ) ← (١)

∵ ب جـ = جـ أ

∴ ق(∠ب) = ق(∠ب أ جـ) ← (٢)

من ١ ، ٢

∴ ق(∠أ جـ ء) = ق(∠ب)

∴ جـ ء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ .

(٧٨) في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة

$\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

اثبت أن

$\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة برءوس △ أ س ص

"البرهان"

∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس

∴ ق(∠ء أ ب) = ق(∠أ جـ ب) المماسية المحيطية مشتركتان في ($\overset{\frown}{أ ب}$) (١)

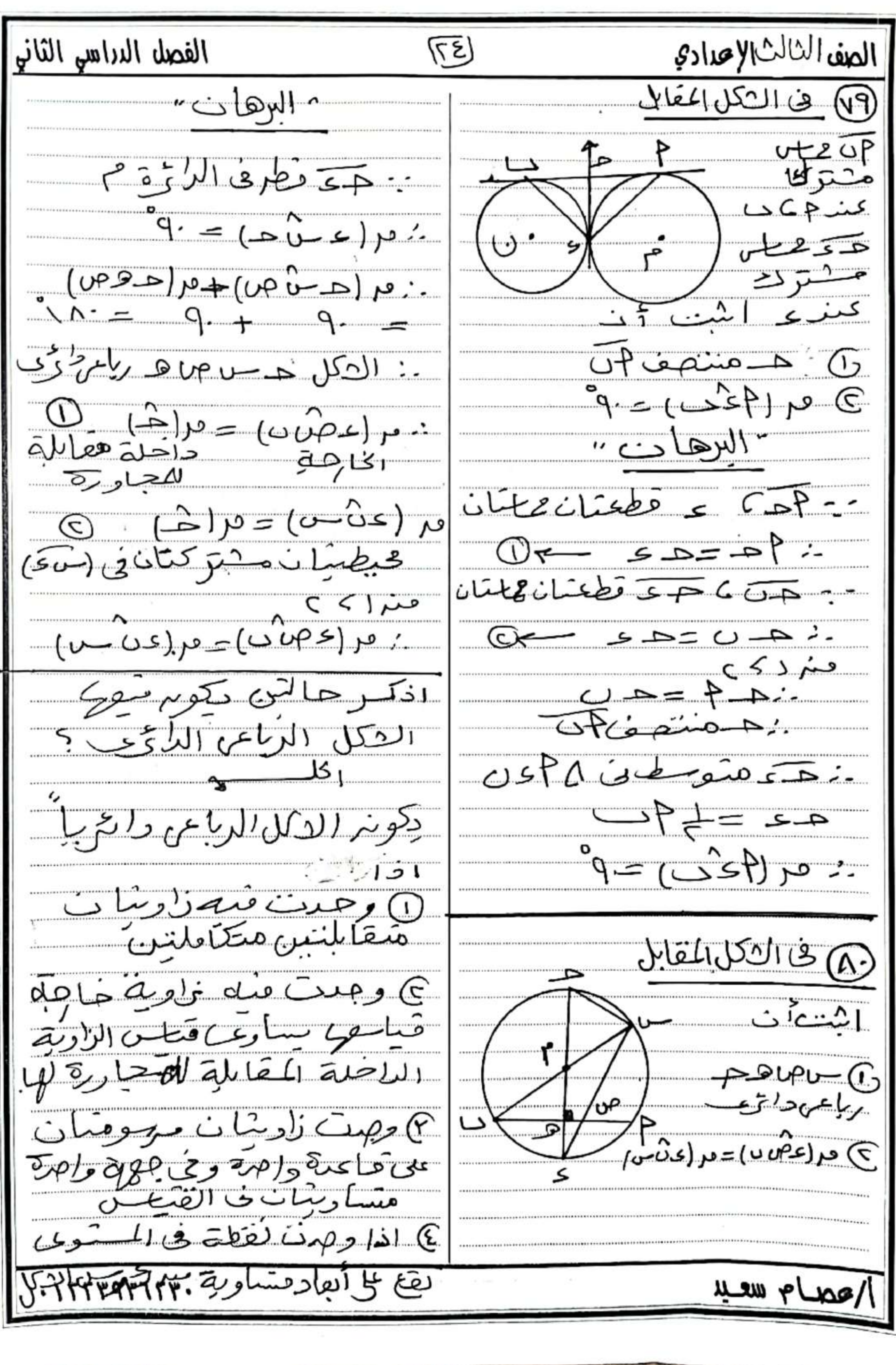
∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ قاطع

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠أ ص س) (٢)

من ١ ، ٢

∴ ق(∠ء أ س) = ق(∠أ ص س)

∴ $\overleftrightarrow{أ ء}$ مماس للدائرة المارة برءوس △ أ س ص .



(٧٩) في الشكل المقابل

أب مماس مشترك عند أ ، ب

جـ د مماس مشترك عند د

اثبت أن

(١) جـ منتصف $\overline{أب}$

(٢) ق(∠أ د ب) = ٩٠°

"البرهان"

∵ جـ أ ، جـ د قطعتان مماستان

∴ جـ أ = جـ د ← (١)

∵ جـ ب ، جـ د قطعتان مماستان

∴ جـ ب = جـ د ← (٢)

من ١ ، ٢

∴ جـ أ = جـ ب

∴ جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ جـ د متوسط في △ أ د ب

جـ د = ½ أ ب

∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠°

(٨٠) في الشكل المقابل

اثبت أن

(١) س ص هـ جـ رباعي دائري

(٢) ق(∠ء ص ب) = ق(∠ء س ...)

"البرهان"

∵ جـ د قطر في الدائرة م

∴ ق(∠د س جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠جـ س ص) + ق(∠جـ هـ ص)

= ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

∴ الشكل جـ س ص هـ رباعي دائري

∴ ق(∠ء ص ب) = ق(∠جـ) (١) الخارجة = داخلة مقابلة للمجاورة

ق(∠ء س ...) = ق(∠جـ) (٢) محيطيتان مشتركتان في (س ء)

من ١ ، ٢

∴ ق(∠ء ص ب) = ق(∠ء س ...)

اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعي دائري ؟

الحل

يكون الشكل الرباعي دائرياً اذا

(١) وجدت فيه زاويتان متقابلتين متكاملتين

(٢) وجدت فيه زاوية خارجة قياسها يساوي قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

(٣) وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة متساويتان في القياس

(٤) اذا وجدت نقطة في المستوى تقع على أبعاد متساوية من ... كل